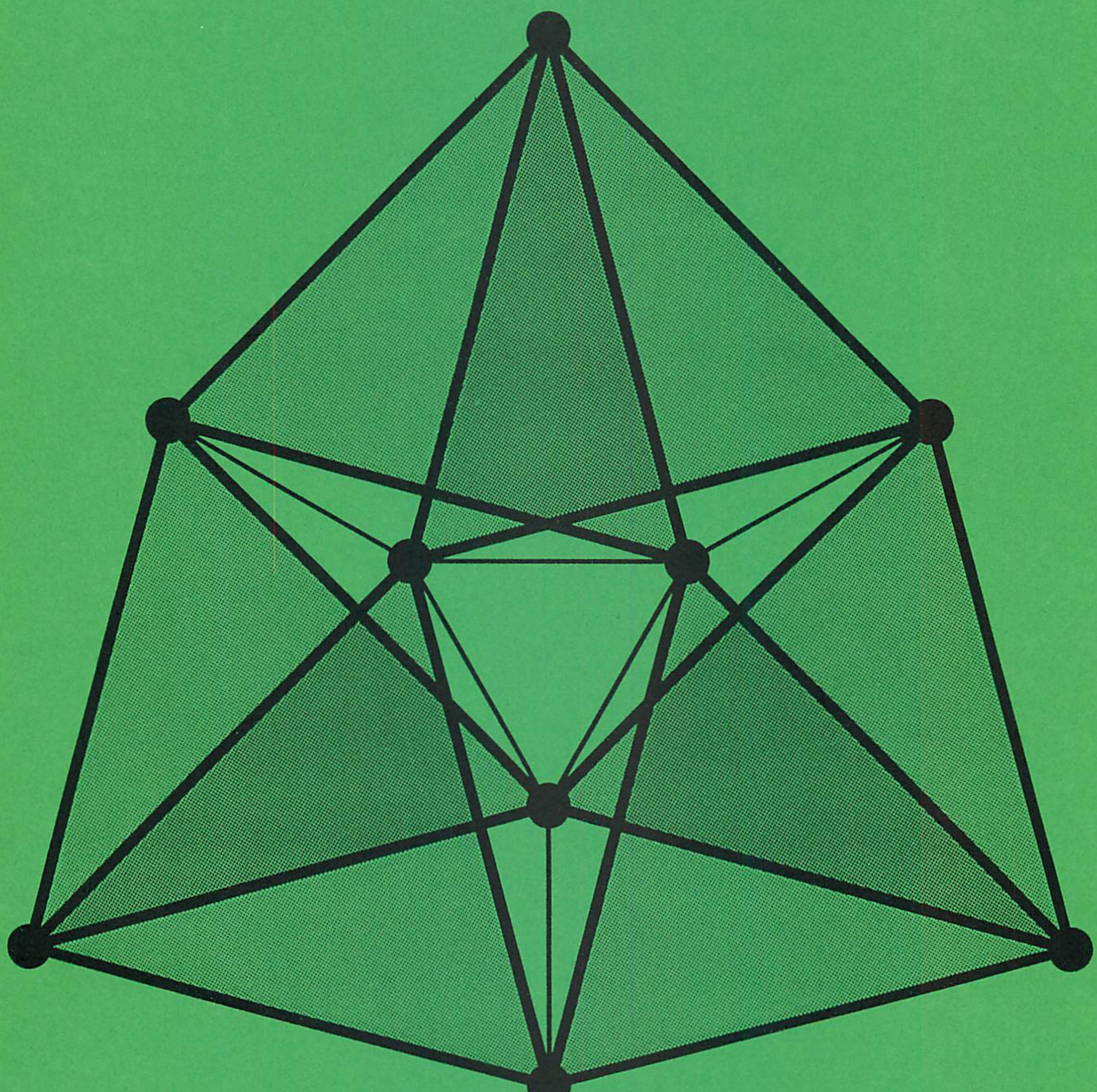
KOLLOQUIUM ÜBER KOMBINATORIK

16.-17. NOVEMBER 1993



DISKRETE MATHEMATIK

TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

KOLLOQUIUM ÜBER KOMBINATORIK – 16. UND 17. NOVEMBER 1993
DISKTRETE MATHEMATIK – TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Liebe Teilnehmerinnen und Teilnehmer:

Für Ihr Interesse an dieser dritten Braunschweiger Kombinatorik-Tagung bedanken wir uns sehr herzlich bei Ihnen. Durch Ihre Teilnahme wird eine gelungene Tagung erst möglich.

An dieser Stelle möchten wir den vielen freiwilligen Helfern unseren besten Dank aussprechen.

Für eine finanzielle Unterstützung danken wir dem Herrn Präsidenten der Technischen Universität Braunschweig.

Allen Teilnehmern wünschen wir einen erfolgreichen Tagungsverlauf und einen angenehmen Aufenthalt in Braunschweig.

Heiko Harborth
Arnfried Kemnitz
Lothar Piepmeyer
Hartmut Weiß

Diskrete Mathematik
Technische Universität Braunschweig

KOLLOQUIUM ÜBER KOMBINATORIK – 16. UND 17. NOVEMBER 1993
DISKRETE MATHEMATIK – TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Dienstag, 16. November 1993

9.45	**Eröffnung**	(Hörsaal: Aula)
10.00	**L. W. Beineke** (Fort Wayne, Indiana, USA) "Arbitrary decompositions of graphs."	(Hörsaal: Aula)
	– Kaffeepause –	
11.05	**A. Blokhuis** (Eindhoven, The Netherlands) "Blocking sets and arcs in desarguesian planes, recent developments."	(Hörsaal: Aula)
12.00–13.30	**Mittagspause**	

Zeit	Sektion I Raum F315	Sektion II Raum F316	Sektion III Raum PK 14.1 (chem. Raum P5)	Sektion IV Raum PK 14.7 (chem. Raum P6)	Sektion V Raum PK 14.8 (chem. Raum P7)
13.30	**K. Reuter:** Linear extensions of ordered sets and convexity	**R.-H. Schulz:** Prüfzeichen aus Paaren orthogonaler Lateinischer Quadrate	**H.M. Mulder:** Subpath acyclic digraphs	**E. Wegner:** Partial inflation of closed polygons in the plane	**K. Klamroth:** Ramsey-Zahlen für Mengen von Graphen
14.00	**Th. Andreae:** A note on fibres of posets and the clique-transversal number of perfect graphs	**T. van Trung:** Some existence theorems for t-designs	**C. Flotow:** Potenzen von m-Trapez-graphen	**V. Welker:** Das Permutaeder, Kompositionen und Konfigurationsräume	**D. Olpp:** Die Multiplicities einiger kleiner Hypergraphen
14.30	**St. Felsner:** On the fractional dimension of partially orders	**A. Pott:** A new class of symmetric designs	**E. Prisner:** Radius versus diameter in cocomparability and intersection graphs	**B. Wernicke:** Das Volumen von Simplexen mit Kanten gleicher Länge in Banachräumen	**E. Harzheim:** Über Ramsey-Zahlen bei schwach arithmetischen Progressionen
15.00	**D. Lau:** Die Anzahl der charakteristischen Tupel der Menge aller Funktionen...	**J. Bierbrauer:** A family of orthogonal arrays and resilient functions of arbitrary strength	**V. Le:** Sterblichkeit iterierter Gallai-Graphen	**J.M. Wills:** Finite and infinite packings	**S. Hartmann:** A Turán type problem for partially ordered sets
15.30	Kaffeepause				
16.00	**W. Poguntke:** Optimale Graphen für Kommunikationsnetze	**R. Bodendiek:** On edge labelings	**R. Labahn:** Kernels of minimum size gossip schemes	**P. Braß:** Counting smallest distances in normed spaces	**M. Klazar:** Single exponential upper bound on Erdös-Rado pair numbers
16.30	**U. Tamm:** Rank of set intersection matrices and communication complexity	**G. Schaar:** Spezielle Numerierungen in Hypergraphen	**W. Deuber:** The bridge between combinatorics and logic I	**T. Thiele:** Punktmengen mit verschiedenen Abständen	**U. Matthias:** Die Turán-Funktion für Hypergraphen
17.00	**H. Lefmann:** A fast approximation algorithm for computing the frequencies...	**G. Gutin:** Polynomial algorithms for finding hamiltonian paths and cycles...	**W. Thumser:** The bridge between combinatorics and logic II	**G. Bär:** Packung elastischer Rechtecke	**L. Neumann:** Einzig-3-färbbare Graphen
17.30	**I. Althöfer:** Edge search in graphs and hypergraphs of bounded rank	**Y. Guo:** Weakly hamiltonian-connected locally semicomplete digraphs	**G. Laßmann:** Construction of combinatorial d-pseudomanifolds with permuted difference cycles	**T. Pisanski:** Characterising graph drawings with eigenvectors	**K. Dohmen:** Reduktionsinvarianten und chromatische Polynome
18.00	**D. Gernert:** How to manage a mathematical zoo	**L. Volkmann:** On the cycle structure of strong multipartite tournaments	**W. Kühnel:** Permuted difference cycles and triangulated sphere bundles		**R. Nadola:** Elementary proofs of Grünbaum's and McBeath's Theorem

19.30	**Gemeinsames Abendessen** im Restaurant "Güner Jäger", Ebertallee 50, Braunschweig-Riddagshausen

KOLLOQUIUM ÜBER KOMBINATORIK – 16. UND 17. NOVEMBER 1993
DISKRETE MATHEMATIK – TECHNISCHE UNIVERSITÄT BRAUNSCHWEIG

Mittwoch, 17. November 1993

9.00	**G. Fejes Tóth** (Budapest, Hungary) "Generalizations of the Erdős-Szekeres convex n-gon theorem."	(Hörsaal: PK4.3) (ehem. P2)
10.00	**W. Oberschelp** (Aachen) "Exponential generating functions – a solution for linear difference- and differential-equations."	(Hörsaal: PK4.3)
	– **Kaffeepause** –	
11.05	**C. Thomassen** (Lyngby (Copenhagen) Denmark) "Drawings of graphs in the plane."	(Hörsaal: PK4.3)
12.00–13.30	**Mittagspause**	

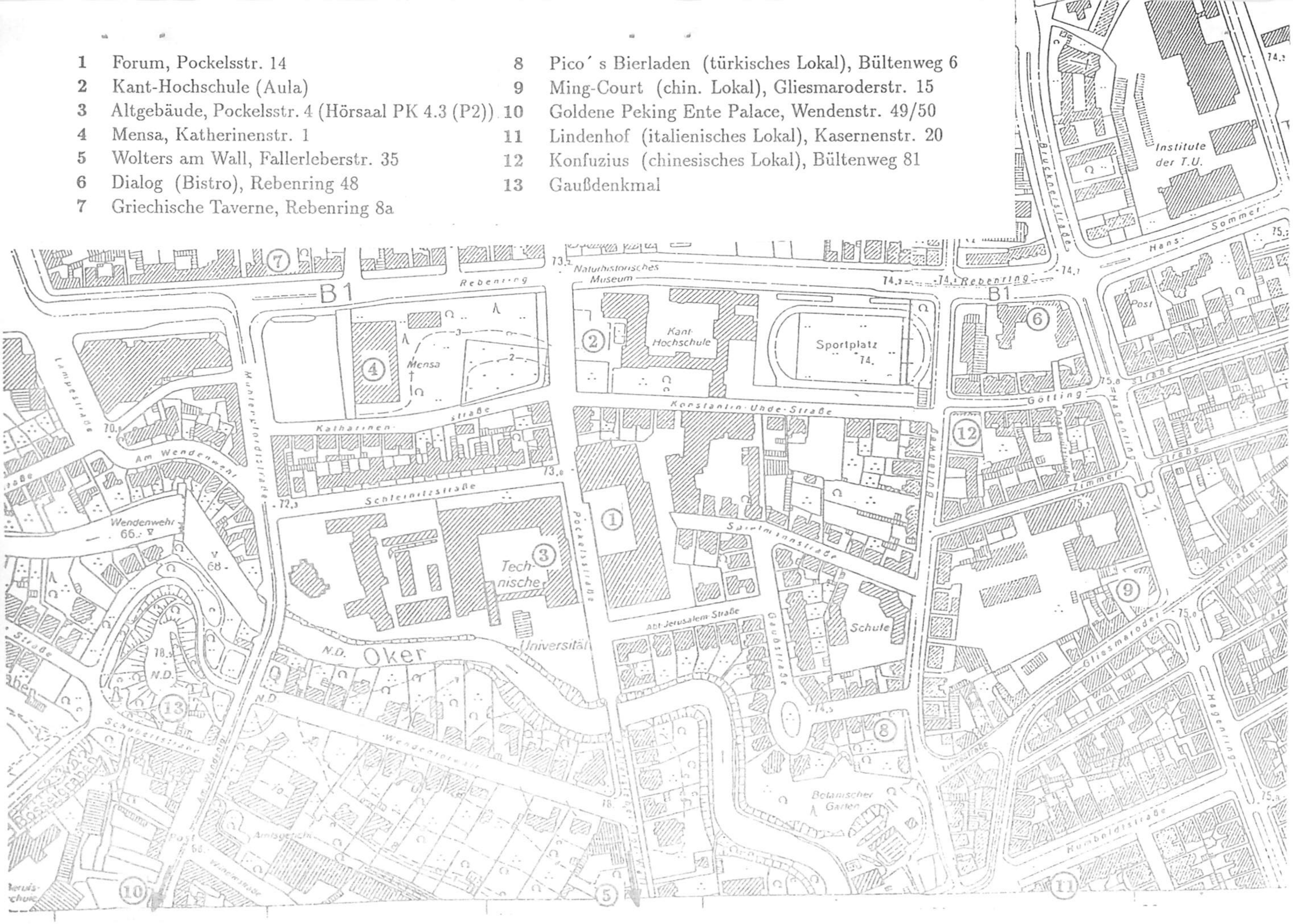
Zeit	Sektion I Raum F315	Sektion II Raum F316	Sektion III Raum PK 14.1 (ehem. Raum P5)	Sektion IV Raum PK 14.7 (ehem. Raum P6)	Sektion V Raum PK 14.8 (chem. Raum P7)
13.30	G. Brinkmann : The solution of the 9-cage problem	E. Girlich : Combinatorial properties of polymatroids	U. Baumann : Power graphs	G. Burosch : Edges of given minimal distance in hypercubes	H. Fripertinger : Anzahlbestimmung und Konstruktion von k-Motiven...
14.00	E. Steffen : Cubic graphs with nowhere-zero 5-flow	P. Strempel : (Pseudo)Geradenarrangements mit maximaler Anzahl von Dreiecken	P. Valtr : A Ramsey-type theorem in the plane and related questions	S. Bezrukow : Some new solutions of a discrete isoperimetric problem in the Hamming space	H.-J. Voß : 2-connected cubic bipartite graphs of given circumference with maximum order
14.30	Th. Böhme : On circuits in toroidal graphs	J. Bokowski : Matroidtheorie und Konvexgeometrie	J. Otta : Triangle-free planar graphs are planar Hasse-diagrams	M. Skoviera : Regular embeddings of the n-cube graphs in orientable surfaces	F. Göbel : Planar regular graphs with prescribed diameter
15.00	U. Leck : Die Dichte uniformer Mengensysteme	P. Schuchert : Simpliziale 3-Sphären mit isomorphen Eckenfiguren	P. Niemeyer : Translationen lokalfiniter Graphen	J. Flachsmeyer : Polya-Abzählung für die Netze des 4-dimensionalen Würfels	St. Brandt : Cycles and paths in triangle-free graphs
15.30	Kaffeepause				
16.00	M. Bussieck : The minimal cut-cover of a graph	I. Schiermeyer : On path-tough graphs	F. Hering : Radons Satz und symmetrische Verteilungen	C. Hoede : New results on set games	Th. Kölmel : Even Designs und symmetrische Blockpläne
16.30	M. Bischoff : Counting paths in sparse large graphs with limited memory	S. Kyaw : A Dirac-type criterion for hamiltonicity	H. Gropp : Blocking set free configurations, digraphs and hypergraphs	J. Bültermann : Superlinear period lengths in some subtraction games	K. Metsch : Wieviel Struktur können zwei verschiedene projektive Ebenen derselben Ordnung gemeinsam haben
17.00	T. Grotendiek : On some decision models with random walks	V. Hoa : Hinreichende Bedingungen für die Existenz von Hamiltonkreisen...	H.-D. Gronau : Orthogonale Doppelüberdeckungen des $\overrightarrow{K_n}$	L. Khachatrian : New correlation inequalities in combinatorial number theory	A. Huck : Independent trees
17.30	K. Engel : Spectral properties and the Jordan normal form of matrices with products of...	V. Hoa : Hamiltonsche und path-tough Eigenschaften in 2-tough Graphen		G. Behrendt : On o-homogeneous ordered sets	M. Hendy : Stirling factors and evolutionary trees

Raumplan

Tagungsbüro	:	F314 (Forum, 3.Stockwerk)
Hauptvorträge	:	Aula der Kant-Hochschule und Hörsaal PK 4.3 (ehem. P2) (Altgebäude, Pockelsstr. 4)
Sektionsvorträge	:	PK 4.1 (ehem. P5), F315 und F316 (Forum, 3. Stockwerk) sowie Hörsäle PK 14.7 (ehem. P6) und PK 14.8 (ehem. P7) (Forum, 5. Stockwerk)
Bibliothek	:	F416 (Forum, 4. Stockwerk), geöffnet Dienstag von 9.00 bis 19.00, Mittwoch von 9.00 bis 18.00
Cafeteria	:	F314 (Forum, 3.Stockwerk)
Arbeitsraum	:	F507 (Forum, 5.Stockwerk)

Im Erdgeschoß des Forum befindet sich ein Münzfernsprecher

1 Forum, Pockelsstr. 14
2 Kant-Hochschule (Aula)
3 Altgebäude, Pockelsstr. 4 (Hörsaal PK 4.3 (P2))
4 Mensa, Katherinenstr. 1
5 Wolters am Wall, Fallerleberstr. 35
6 Dialog (Bistro), Rebenring 48
7 Griechische Taverne, Rebenring 8a
8 Pico´ s Bierladen (türkisches Lokal), Bültenweg 6
9 Ming-Court (chin. Lokal), Gliesmaroderstr. 15
10 Goldene Peking Ente Palace, Wendenstr. 49/50
11 Lindenhof (italienisches Lokal), Kasernenstr. 20
12 Konfuzius (chinesisches Lokal), Bültenweg 81
13 Gaußdenkmal



GEMEINSAMES ABENDESSEN AM DIENSTAG, 16.11.1993

Landgasthaus

Grüner Jäger

UNSERE KLEINE KARTE

Suppen	* Holsteiner Kartoffel-Lauchsuppe mit Crôtons und Kräutern	DM 6,50
	* Lachscremesuppe mit Crevetten	DM 7,00
Vorspeise	* Wacholder-Geräuchertes Forellenfilet mit Zitrone, Sahnemeerrettich, Butter und Toast	DM 12,50
Hauptgerichte	* Argentinisches Rinderhuftsteak 180 gr. dazu Pfeffersauce, Bratkartoffeln und Butterbohnen	DM 28,50
	* Schwäbischer Stübleteller 3 Schweinefilet-Medaillons auf Käsespätzle, dazu Rahmchampignons, Speckstreifen und ein kleiner Salat	DM 24,00
	* Kutterscholle "Madagaskar" mit grünem Pfeffer, Butterkartoffeln und einem Beilagensalat	DM 20,50
	* Hausgemachtes Braunschweiger Sauerfleisch mit Sauce Remoulade und Bratkartoffeln	DM 15,50
	* Gemüsegratin "Vier Jahreszeiten" mit Käsesauce überbacken, dazu Stangenweißbrot	DM 17,50
	* Wildragout Grüner Jäger in Pilzrahmsauce, Rotkohl, Spätzle und einem Bratapfel, gefüllt mit Preiselbeeren	DM 23,50
Salat	* Großer Salatteller mit Ei, Croûtons und krossem Speck	DM 13.50
Dessert	* Braunschweiger Rote Grütze mit Vanilleeis und Sahne	DM 7,50
	* 1 Kugel Eis mit Sahne	DM 4,20

Hauptvortäge

L. W. Beineke (Fort Wayne, Indiana, USA)	:	Arbitrary decompositions of graphs
A. Blokhuis (Eindhoven, The Netherlands)	:	Blocking sets and arcs in desarguesian planes, recent developements
G. Fejes-Tóth (Budapest, Hungary)	:	Generalizations of the Erdős-Szekeres convex n-gon theorem
W. Oberschelp (Aachen)	:	Exponential generating functions - a solution concept for linear difference- and differential equations
C. Thomassen (Lyngby, Denmark)	:	Drawings of graphs in the plane

Kurzvorträge

I. Althöfer (Bielefeld)	:	Edge search in graphs and hypergraphs of bounded rank
Th. Andreae (Hamburg)	:	A note on fibres of posets and the clique transversal number of perfect graphs
G. Bär (Greifswald)	:	Packung elastischer Rechtecke
U. Baumann (Dresden)	:	Power graphs
G. Behrendt (Tübingen)	:	On c-homogeneous ordered sets
S. Bezrukow (Paderborn)	:	Some new solutions of a discrete isoperimetric problem in the Hamming spaces
J. Bierbrauer (Heidelberg)	:	A family of orthogonal arrays and resilient functions of arbitrary strength
M. Bischoff (Braunschweig)	:	Counting paths in sparse large graphs with limited memory
R. Bodendiek (Kiel)	:	On edge labelings
J. Bokowski (Darmstadt)	:	Matroidtheorie und Konvexgeometrie
Th. Böhme (Ilmenau)	:	On circuits in toroidal graphs
St. Brandt (Berlin)	:	Cycles and paths in triangle-free graphs
P. Braß (Greifswald)	:	Counting smallest distances in normed spaces
G. Brinkmann (Bielefeld)	:	The solution of the 9-cage problem
J. Bültermann (Bielefeld)	:	Superlinear period lengths in some subtraction games
G. Burosch (Rostock)	:	Edges of given minimal distance in hypercubes
M. Bussieck (Braunschweig)	:	The minimal cut-cover of a graph
W. Deuber (Bielefeld)	:	The bridge between combinatorics and logic I
K. Dohmen (Düsseldorf)	:	Reduktionsinvarianten und chromatische Polynome
K. Engel (Rostock)	:	Spectral properties and the Jordan normal form of matrices with products of binomial coefficients as entries
St. Felsner (Berlin)	:	On the fractional dimension of partially orders
J. Flachsmeyer (Greifswald)	:	Polya-Abzählung für die Netze des 4-dimensionalen Würfels
C. Flotow (Hamburg)	:	Potenzen von m-Trapezgraphen
H. Fripertinger (Graz, Österreich)	:	Anzahlbestimmung und Konstruktion von k-Motiven in einem Modell der Mathematischen Musiktheorie
D. Gernert (München)	:	How to manage a mathematical zoo
E. Girlich (Magdeburg)	:	Combinatorial characterizations of polymatroids
F. Göbel (Enschede, The Netherlands)	:	Planar regular graphs with prescribed diameter
H.-D. Gronau (Greifswald)	:	Orthogonale Doppelüberdeckungen des $\overrightarrow{K_n}$
H. Gropp (Heidelberg)	:	Blocking set free configurations, digraphs and hypergraphs
T. Grotendiek (Bielefeld)	:	On some decision models with random walks
Y. Guo (Aachen)	:	Weakly hamiltonian-connected locally semicomplete digraphs
G. Gutin (Odense, Denmark)	:	Polynomial algorithms for finding hamiltonian paths and cycles in quasi-transitve digraphs
S. Hartmann (Rostock)	:	A Turán type problem for partially ordered sets
E. Harzheim (Düsseldorf)	:	Über Ramsey-Zahlen bei schwach arithmetischen Progressionen
M. Hendy (Palmerston North, New Zealand)	:	Stirling factors and evolutionary trees
F. Hering (Dortmund)	:	Radons Satz und symmetrische Verteilungen
V. Hoa (Dresden)	:	Hinreichende Bedingungen für die Existenz von Hamiltonkreisen in pathtough Graphen

V. Hoa (Dresden)	:	Hamiltonsche und pathtough Eigenschaften in 2-tough Graphen
C. Hoede (Enschede, The Netherlands)	:	New results on set games
A. Huck (Hannover)	:	Independent trees
L. Khachatrian (Bielefeld)	:	New correlation inequalities in combinatorial number theory
K. Klamroth (Braunschweig)	:	Ramsey-Zahlen für Mengen von Graphen
M. Klazar (Praha, Czech Republik)	:	Single exponential upper bound on Erdös-Rado pair numbers
Th. Kölmel (Heidelberg)	:	Even Designs und symmetrische Blockpläne
W. Kühnel (Duisburg)	:	Permuted difference cycles and triangulated sphere bundles
S. Kyaw (Berlin)	:	A Dirac-type criterion for hamiltonicity
R. Labahn (Rostock)	:	Kernels of minimum size gossip schemes
G. Laßmann (Berlin)	:	Construction of combinatorial d-pseudomanifolds with permuted difference cycles
D. Lau (Rostock)	:	Die Anzahl der charakteristischen Tupel der Menge aller Funktionen der k-wertigen Logik, die höchstens zwei verschiedene Werte annehmen
V. Le (Berlin)	:	Sterblichkeit iterierter Gallai-Graphen
U. Leck (Berlin)	:	Die Dichte uniformer Mengensysteme
H. Lefmann (Dortmund)	:	A fast approximation algorithm for computing the frequencies of subgraphs in a given graph
U. Matthias (Neckarhausen)	:	Die Turán-Funktion für Hypergraphen
K. Metsch (Giessen)	:	Wieviel Struktur können zwei verschiedene projektive Ebenen derselben Ordnung gemeinsam haben
H.M. Mulder (Rotterdam, The Netherlands)	:	Subpath acyclic digraphs
R. Nedela (Banská Bystrica, Slovakia)	:	Elementary proofs of Grünbaum's and McBeath's Theorem
L. Neumann (Dresden)	:	Einzig-3-färbbare Graphen
P. Niemeyer (Berlin)	:	Translationen lokalfiniter Graphen
D. Olpp (Braunschweig)	:	Die Multiplicities einiger kleiner Hypergraphen
J. Otta (Praha, Czech Republik)	:	Triangle-free planar graphs are planar Hasse-diagrams
T. Pisanski (Ljubljana, Slowenia)	:	Characterising graph drawings with eigenvectors
W. Poguntke (Hagen)	:	Optimale Graphen für Kommunikationsnetze
A. Pott (Augsburg)	:	A new class of symmetric designs
E. Prisner (Hamburg)	:	Radius versus diameter in cocomparability and intersection graphs
K. Reuter (Hamburg)	:	Linear extensions of ordered sets and convexity
G. Schaar (Freiberg)	:	Spezielle Numerierungen in Hypergraphen
I. Schiermeyer (Aachen)	:	On path-tough graphs
P. Schuchert (Darmstadt)	:	Simpliziale 3-Sphären mit isomorphen Eckenfiguren
R.-H. Schulz (Berlin)	:	Prüfzeichen aus Paaren orthogonaler Lateinischer Quadrate
M. Skoviera (Bratislava, Slovakia)	:	Regular embeddings of the n-cube graphs in orientable surfaces
E. Steffen (Bielefeld)	:	Cubic graphs with nowhere-zero 5-flow
P. Strempel (Darmstadt)	:	(Pseudo)Geradenarrangements mit maximaler Anzahl von Dreiecken
U. Tamm (Bielefeld)	:	Rank of set intersection matrices and communication complexity
T. Thiele (Berlin)	:	Punktmengen mit verschiedenen Abständen
W. Thumser (Bielefeld)	:	The bridge between combinatorics and logic II
T. van Trung (Essen)	:	Some existence theorems for t-designs
P. Valtr (Berlin)	:	A Ramsey-type theorem in the plane and related questions
L. Volkmann (Aachen)	:	On the cycle structure of strong multipartite tournaments
H.-J. Voß (Dresden)	:	2-connected cubic bipartite graphs of given circumference with maximum order
B. Wegner (Berlin)	:	Partial inflation of closed polygons in the plane
V. Welker (Essen)	:	Das Permutaeder, Kompositionen und Konfigurationsräume
B. Wernicke (Erfurt)	:	Das Volumen von Simplexen mit Kanten gleicher Länge in Banachräumen
J.M. Wills (Siegen)	:	Finite and infinite packings

Weitere Teilnehmer

I. Bouchemakh (Rostock),
N. Cai (Bielefeld),
D. Dornieden (Braunschweig),
M. Grüttmüller (Rostock),

H. Harborth (Braunschweig),
H. Hotje (Hannover),
Ch. Josten (Frankfurt/Main),
H.A. Jung (Berlin),
A. Kemnitz (Braunschweig),
R. Klimmeck (Berlin),
V. Leck (Rostock),
I. Mengersen (Braunschweig),
E. Pfeifer (Braunschweig),
L. Piepmeyer (Braunschweig),
U. Priß (Darmstadt),
P.A.J. Scheelbeek (Groningen, The Netherlands) ,
K. Scheel-Bielefeld (Osterholz-Scharmbeck),
M. Sonntag (Freiberg),
B. Strauch (Rostock),
Th. Thode (Düsseldorf),
M. Voigt (Ilmnenau),
A. Walz (Berlin),
I. Warnke (Rostock),
H. Weiß (Braunschweig)

EDGE SEARCH IN GRAPHS AND HYPERGRAPHS OF BOUNDED RANK

INGO ALTHÖFER

Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 100131
33501 Bielefeld
Germany

Consider a finite undirected graph $G = (V, E)$ with a probability distribution $P = (p_1, \ldots, p_m)$ on the set $E = \{e_1, \ldots, e_m\}$ of its edges. What is the average case complexity $\overline{L}(G, P)$ of finding an unknown edge $e^* \in E$ which is distributed according to P if the following tests are admitted: For any $U \subset V$ we may test whether both vertices of e^* belong to U.

We give a construction which proves the existence of a constant c_2 such that

$$H(p_1, \ldots, p_m) \leq \overline{L}(G, P) \leq H(p_1, \ldots, p_m) + c_2$$

for all pairs (G, P). Here $H(P)$ denotes the entropy of the distribution P.

Analogous results (with constants c_r) hold for all hypergraphs of bounded rank r. (The rank of a hypergraph is the maximum cardinality of a hyperedge in it.)

A Note on Fibres of Posets and the Clique–transversal Number of Perfect Graphs

THOMAS ANDREAE
Universität Hamburg

A *fibre* F of a poset $P = (X, \leq)$ is a subset of X which meets every maximal antichain of P. A *splitting element* of a poset is one which is comparable to every other element in the poset. Let λ be the least number such that for any finite poset $P = (X, \leq)$ without splitting elements there is a fibre of size at most $\lambda \cdot |X|$. A question raised by M. Aigner and the author asking whether or not $\lambda = \frac{1}{2}$ was answered in the negative by Duffus, Sands, Sauer and Woodrow (1991) who constructed a poset showing that $\lambda \geq \frac{9}{17}$. On the other hand, Duffus, Kierstead and Trotter (1991) proved that 2/3 is an upper bound for λ. In a recent paper, Maltby (1992) proposed a construction showing that $\lambda \geq \frac{8}{15}$.

In the present note we study a similar question for perfect graphs. A *clique–transversal set* T of a graph G is a set of vertices of G such that T meets all maximal cliques of G. The *clique–transversal number*, denoted $\tau_c(G)$, is the minimum cardinality of a clique–transversal set. Let $\lambda' = \sup\{\tau_c(G)/|G| : G \text{ is perfect and without isolated vertices }\}$. By amalgamating graphs, we construct an infinite series of perfect graphs G_n for which

$$\tau_c(G_n)/|G_n| \to \frac{4}{7}$$

as $n \to \infty$, thus showing that $\lambda' \geq \frac{4}{7}$. We also use our technique to correct a flaw in the paper of Maltby.

References

D. DUFFUS, B. SANDS, N. SAUER, AND R.E. WOODROW (1991) *Two–coloring all two–element maximal antichains*, J. Combinatorial Theory A 57, 109–116.

D. DUFFUS, H.A. KIERSTEAD, AND W.T. TROTTER (1991), *Fibres and ordered set coloring*, J. Combinatorial Theory A 58, 158–164.

R. MALTBY *A smallest–fibre–size to poset–size ratio approaching* $\frac{8}{15}$, (1992) J. Combinatorial Theory A 61, 328–330.

Packung elastischer Rechtecke

Gunter Bär, Greifswald

Eines der beim VLSI-Entwurf studierten Probleme ist das der Packung einer Menge von Rechtecken in einem einzigen Rechteck (sogen. Packungsrechteck R) von minimaler Fläche. Gewöhnlich repräsentieren die Rechtecke Schaltkreise und das Packungsrechteck R einen Chip.

Unterschiedliche Varianten des Rechteck-Packungsproblems wurden in der Vergangenheit studiert, so etwa das NP-schwere zweidimensionale Binpacking-Problem.

Eine andere Variante - bekannt als Spalten-Packungsproblem - besteht in der Packung einer Menge von Rechtecken $\{R_1, \ldots, R_n\}$ in einer einzigen Spalte. In diesem Fall sind die um 90° drehbaren Rechtecke so übereinander zu stapeln, daß das umhüllende Rechteck R minimale Fläche besitzt. Hakimi gab 1988 hierfür einen $O(n \log(n))$ - Algorithmus.

Eine weitere Variante des Rechteck-Packungsproblems befaßt sich mit der Packung einer Menge elastischer Rechtecke. Bei einem elastischen Rechteck R_i können Länge l_i und Breite w_i innerhalb eines vorgegebenen Bereichs gedehnt oder verkürzt werden, wobei die Fläche α_i von R_i ungeändert bleiben soll. Dieses Problem ist wiederum NP-schwer.

Im Vortrag wird die Packung einer Menge von elastischen Rechtecken in $m \geq 1$ Spalten betrachtet, bei der das Packungsrechteck R wieder minimale Fläche besitzen soll (Bez.: Verallgemeinertes Spalten-Packungsproblem).

Folgende Resultate wurden erzielt:

1. Für $m = 1$ kann eine optimale Packung in der Zeit $O(n \log(n))$ konstruiert werden.

2. Falls für $m \geq 2$ eine optimale Packung ohne Verlustfläche existiert, so kann diese in der Zeit O(n log(n)) erzeugt werden.

3. (a) Für $m = 2$ oder $m = 3$ kann eine optimale Packung in der Zeit $O(n^2)$ konstruiert werden.

   (b) Für $m \geq 4$ kann eine optimale Packung bestimmt werden, wobei der Berechnungsaufwand im wesentlichen vom Aufwand zur Lösung einer Gleichung vom Grade $2(m-1)$ abhängt.

Power Graphs

U. BAUMANN, DRESDEN

Let $G = (V,E)$ be a graph. Then the graph $G^\# = (V^\#, E^\#)$

with $$V^\# = \{V' \mid V' \subseteq V,\ V' \neq \emptyset\}$$

and

$$E^\# = \{(V_1', V_2') \mid \forall v_1 \in V_1'\ \exists v_2 \in V_2' : (v_1, v_2) \in E$$
$$\wedge\ \forall v_2 \in V_2'\ \exists v_1 \in V_1' : (v_1, v_2) \in E\}$$

is called the power graph of G.[1]

We study the behaviour of graph automorphisms under the power construction. Moreover, the structure of power graphs is investigated and the following "isomorphism problem" is discussed:

Obviously, $G_1 \cong G_2 \Rightarrow G_1^\# \cong G_2^\#$.

For which graphs holds $G_1 \cong G_2 \Leftrightarrow G_1^\# \cong G_2^\#$?

---

[1] *Chris Brink: POWER STRUCTURES. Research Report. Dept. of Mathematics. University of Cape Town, 1991*

On c–homogeneous ordered sets

Gerhard Behrendt

In the theory of finite graphs there are many results (by P.J. Cameron, A. Gardiner and others) that describe those graphs which have the property that every isomorphism between induced subgraphs of a certain kind, or every automorphism of an induced subgraph of a certain kind, can be extended to an automorphism of the whole graph. For example, A. Gardiner gave a complete list of those graphs where every automorphism of a connected induced subgraph can be extended to an automorphism of the whole graph. We consider the analogous problem for finite ordered sets.

A finite ordered set $(X, \leq)$ shall be called *c–homogeneous* if every automorphism of a connected induced suborder can be extended to an automorphism of $(X, \leq)$.

A *crown* on $2n$ elements $a_1, ..., a_n, b_1, ..., b_n$ has the non–trivial relations $a_i \leq b_i$ and $a_i \leq b_{i+1}$ (modulo n) and no others. A *standard n–dimensional ordered set* ($n \geq 2$) consists of the 1–element and $(n-1)$–element subsets of an n–element set with the order given by set–theoretic inclusion. A *weak order* $(X, \leq)$ has the property that whenever $x, y, z \in X$ with $x < y$ then z is comparable with x or y (equivalently, $(X, \leq)$ is a linear sum of trivial orders).

Theorem. Let $(X, \leq)$ be a finite connected ordered set. Then $(X, \leq)$ is c–homogeneous if and only if $(X, \leq)$ is a crown, a standard n–dimensional ordered set, or a weak order.

We also give a description of those finite ordered sets where every automorphism of a connected induced subdiagram can be extended to an automorphism of $(X, \leq)$.

Arbitrary decompositions of graphs

L. W. BEINEKE (FORT WAYNE, INDIANA, USA)

A decomposition of a graph consists of a partition of its edges into subgraphs. We will be primarily concerned with decompositions in which all subgraphs are isomorphic. The theory of graph decomposition began in the middle of the nineteenth century with problems of STEINER and KIRKMAN, and we will survey some of the important results that have been obtained since then.
The graph G is said to be randomly F-decomposable if every F-decomposition of a subgraph of G can be extended to all of G. We will present results of graphs that are randomly decomposable by stars, matchings, paths, and cycles. We will also discuss properties of graphs that are minimal with respect to being F-decomposable but not randomly so, and give a description of these graphs for strongly edge transitive graphs.

Some New Solutions of a Discrete Isoperimetric Problem in the Hamming Space

SERGEY L. BEZRUKOV
FB Mathematik/Informatik
Universität–GH Paderborn
Warburger Str. 100, D-33098 Paderborn

Abstract: Let A be a subset of the n-dimensional unit cube B^n and $|A| = m$. A vertex $\alpha \in A$ is called the inner vertex if the ball of radius 1 centered in α is in A. We consider the problem of specification of all subsets of B^n with maximal number of inner vertices among all the m-element subsets.

One of the extremal subsets for each value of m is known almost for 30 years due to Harper, but as examples show it is not unique in general. The knowledge of all the extremal subsets often helps to find solutions for some other problems. It is known that sometimes the solutions of the isoperimetric problem of the same cardinality differ greatly. But the cases when the solution is unique (up to isomorphism) are of particular interest.

Here we present some new cases when the solution is either unique or "almost unique". That means that all the solutions for these values of m differ very slightly from the standard one. Some open problems are mentioned as well.

A family of orthogonal arrays and resilient functions of arbitrary strength

Jürgen Bierbrauer, Mathematisches Institut der Universität,
69120 Heidelberg

October 19, 1993

Abstract

We give a simple algebraic construction of a very general family of orthogonal arrays, with parameters

$$OA_{q^{(t-1)(n-m)}}(t, q^n, q^m) \quad (2 \leq t \leq q^n)$$

for every prime-power q and $n \geq m$.
The special case $n = m$ are the *Reed-Solomon codes,* the case $t = 2$ was constructed in the book by T.Beth,D.Jungnickel,H.Lenz: *Design Theory,* but in an overly complicated way. These arrays are *simple* if and only if $t \leq q^m$. In general each row occurs with the same multiplicity q^ρ. This shows that the *simplification* Σ_0 of a design in the family (where each row is written exactly once) is an orthogonal array again. We prove lower bounds on ρ using a polynomial method. The exact determination of ρ is equivalent with an interesting open problem on finite fields.
Our simplifications can indeed be embedded in *large sets of orthogonal arrays,* which in turn are equivalent with *$t-$resilient functions.* These functions came up in computer science. They allow the reconstruction of a partially leaked key, the generation of a common string of random bits in the presence of faulty processors, and are used in the theory of *Stream Ciphers.* We mention that the family of strength 2 is used for the construction of universal classes of hash functions, via Stinson's composition method.

Counting Paths in Sparse Large Graphs with Limited Memory

Michael Bischoff
Mathematische Optimierung
TU Braunschweig

**We consider the problem of counting the number of paths between two given vertices in a large graph. The graph is given by an oracle which returns a list of adjacent nodes for every given input node.
Problems of this type do often arise in the analysis of games, when discussing questions as: "How many different possibilities exist to change position A to position B in no more than k moves?"
A special case arises when all possible paths have the same length, for example, in solitaire-like games.
The classical approaches are BFS and DFS. We propose a flexible mixture of both algorithms and discuss their time-space tradeoff.**

Blocking sets and arcs in desarguesian planes, recent developments.

AART BLOKHUIS

T.U. EINDHOVEN, THE NETHERLANDS

A blocking set S in a (finite) plane is a collection of points with the property that every line contains a point of S. The set S is called a n-fold blocking set if every line has at least n points of S. A (k,n)–arc A is a collection of k points such that every line has at most n points of A. The notions blocking set and arc are therefore complementary. Using recent connections between projective blocking sets and lacunary polynomials on the one hand, and affine blocking sets and (multiple) nuclei on the other hand we give new and in a large number of cases exact bounds for the size of blocking sets and arcs in projective and affine desarguesian planes. In particular we show that the Lunelli-Sce conjectures are true in desarguesian affine planes, and in projective planes of prime order.

Abstract

On Edge Labelings

R. Bodendiek, Kiel

In the theory of labeling of graphs, the so-called edge labeling plays an important role. After giving the definitions of macic, prime-magic, supermagic, antimagic and (a,d)-antimagic graphs or labelings, respectively, we turn towards (a,d)-antimagic graphs in order to show that it is possible to develop a theory of (a,d)-antimagic graphs with the aim of determining the set of all (a,d)-antimagic graphs. Since the problem is very hard we restrict ourselves on dealing with giving the set of all (a,d)-antimagic parachutes as a paradigm for solving the hard problem.

On circuits in toroidal graphs

TH. BÖHME (ILMENAU)

MATROIDTHEORIE UND KONVEXGEOMETRIE

Jürgen Bokowski, TH–Darmstadt

Es gibt viele Wechselbeziehungen zwischen der Konvexgeometrie und der Matroidtheorie. Anhand neuerer Ergebnisse wird dieser Zusammenhang erneut belegt.

Ein konvexes $(d-1)$-Polytop im euklidischen $(d-1)$-Raum mit n Facetten kann als ein Arrangement von n orientierten Hyperebenen angesehen werden. Wir definieren die Orientierung so, daß das Polytop jeweils auf der positiven Seite der Hyperebene liegt. Wir betrachten die Einbettung in den projektiven Raum und wir betrachten allgemeiner orientierte topologische Hyperebenen bei denen die Schnitteigenschaften so gefordert werden, wie wir sie von Hyperebenen kennen. Alle homöomorphen Bilder eines solchen topologischen Arrangements von orientierten topologischen Hyperebenenen werden zu einer Klasse zusammengefaßt, dem Matroid Polytop. Ein Vorteil dieser Struktur liegt in der Möglichkeit, alle Matroid-Polytope aufzuzählen.

Literatur

[1] Altshuler, A., Bokowski, J. and Schuchert, P.: 1992, Spatial polyhedra without diagonals, *Israel J. Math.*, im Druck.

[2] Bokowski J.: 1993, Oriented matroids, *Handbook of Convex Geometry, Gruber P. and Wills J.M., (eds.), Elsvier, North-Holland, Netherland.*

[3] Bokowski J., Guedes de Oliveira, A. and Veloso da Costa, A.: 1993, On the cube problem of Las Vergnas, *in Vorbereitung.*

[4] Bokowski, J. and Schuchert, P.: 1993, Altshuler's sphere M^9_{963} revisited, *Preprint Darmstadt.*

[5] Bokowski, J. and Schuchert, P.: 1993, Equifacetted 3-spheres as topes of nonpolytopal matroid polytopes, *in Vorbereitung.*

e-mail: bokowski @ mathematik.th-darmstadt.de

Cycles and paths in triangle–free graphs

STEPHAN BRANDT
GRADUIERTENKOLLEG "ALGORITHMISCHE DISKRETE MATHEMATIK"
FB MATHEMATIK, FU BERLIN
ARNIMALLEE 2–6, 14195 BERLIN
e–mail: brandt@math.fu-berlin.de

Abstract

We determine the exact length of a longest cycle and a longest path of triangle–free graphs with sufficiently large minimum degree δ, in terms of their order n and (vertex–)independence number α. For a triangle–free graph $G \neq C_5$ with $\delta > n/3$ the circumference $c(G)$ is $\min\{n, 2(n-\alpha)\}$ and the longest path in a triangle–free graph with $\delta \geq n/3$ has exactly $\min\{n, 2(n-\alpha)+1\}$ vertices. As an easy consequence we obtain that triangle–free non–bipartite graphs with $\delta \geq 3n/8$ are hamiltonian. All bounds are best possible.

The circumference result is obtained as a by–product of the more general question asking for all the occurring cycle lengths. The set of cycle lengths of a triangle–free non–bipartite graph $G \neq C_5$ with $\delta > n/3$ is $\{4, 5, \ldots, c(G)\}$, in particular the set has no gaps. This settles the triangle–free part of a result of Brandt, Faudree and Goddard who proved that the set of cycle lengths of every non–bipartite graph of sufficiently large order n with $\delta \geq (n+2)/3$ has no gaps.

Counting smallest distances in normed spaces

Peter Braß

Universität Greifswald

The exact maximum number of occurences of the smallest distance among n points in the euclidean plane was already determined by HARBORTH in 1974 to be $\left\lfloor 3n - \sqrt{12n-3} \right\rfloor$. We study the same problem for an arbitrary twodimensional normed space and show

<u>Theorem</u> For each twodimensional normed space in which the unit circle is not a parallelogramm the maximum number of occurences of the smallest distance among n points is $\left\lfloor 3n - \sqrt{12n-3} \right\rfloor$.
If the unit circle is a parallelogramm, then the maximum number of occurences of the smallest distance is $\left\lfloor 4n - \sqrt{28n-12} \right\rfloor$.

These numbers can also be interpreted as the maximum numbers of touching pairs in a translative packing of n congruent convex sets.
The key tool to this result is the following lemma

<u>Lemma</u> For each twodimensional normed space in which the unit circle is not a parallelogramm there exists an angular measure such that each equilateral triangle is equiangular.

The Solution of the 9-cage Problem

Gunnar Brinkmann and Carsten Saager
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld

A cubic graph with girth n that has the smallest possible number of vertices is called an n-cage. So e.g. the $K_{3,3}$ is the unique 4-cage and the Petersen graph is the unique 5-cage. All cages for $n \leq 8$ are unique and can easily be constructed by hand. The number of vertices is very close to a lower bound that is given by the size of a tree that must be contained in every cubic graph of the given girth. Indeed only for $n = 7$ the tree does not span the graph. Here 2 "external" vertices are needed. Although the 10-cage problem was already completely solved in 1981, the gap for $n = 9$ remained.
As it turned out, the difficulty of the 9-cage problem was rooted in the facts that the 9-cages are the first cages that are not unique (there are 18) and that 12 "external" vertices are needed.
In 1958 R.M.Foster constructed a cubic graph with girth 9 and 60 vertices. It stayed the smallest such graph known, until in 1980 Biggs and Hoare constructed a graph with 58 vertices. In 1984 B.D. McKay constructed 18 graphs with girth 9 and 58 vertices and showed that there are no such graphs with 56 vertices or less. His method was computer based, but the time the program would have needed to show that these graphs are all 9-cages was much too long.
So the last brick in the solution of the 9-cage problem was to show that the list of the 18 graphs is complete.
In this talk, an algorithm to generate regular graphs with given girth very efficiently will be described. A program based on this approach confirmed Brendan McKay's results and showed the completeness of the list in less than 3 months on a DEC 5000/240.
Using the same program for a first attack on the 11-cage problem, we obtained the result that the 11-cage must have at least 106 vertices. The best graph known so far has 112 vertices, so there is still a large gap between the upper and the lower bound.

E-mail:
gunnar@mathematik.uni-bielefeld.de
saager@mathematik.uni-bielefeld.de

Superlinear Period Lengths in Some Subtraction Games

Jörg Bültermann
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 100 131
33501 Bielefeld
Germany

Abstract

Subtraction games are "simple" variants of the famous Nim game. We will show that in some subtraction games the sequences of Win/Loss states have superlinear period lengths. Our most prominent result is:

For every $s \in \mathbb{N}$ the (s,4s,12s+1,16s+1)-game has the cubic period length $56s^3 + 52s^2 + 9s + 1$.

Other results are:

For every $s \in \mathbb{N}$ the (s,2s+1,3s+1)-game has the quadratic period length $4s^2 + 3s$.

For every $s \in \mathbb{N}$, $s \geq 3$, the (s,2s,3s+1)-game has the linear period length $4s + 1$ and preperiod 3s.

Possibly, the (s,8s,30s+1,37s+1,38s+1)-games with $s \in \mathbb{N}$ have superpolynomial period lengths.

e–mail: buelter@math30.mathematik.uni–bielefeld.de

Edges of given minimal distance in hypercubes

GUSTAV BUROSCH (ROSTOCK) AND JEAN-MARIE LABORDE (GRENOBLE)

Let be $n = 2^q + 1, q, l$, and denote by Q_n the n-dimensional hypercube.

Theorem 1. There exist n edges in Q_n covering all directions in the hypercube and of pairwise distance q.

By a good matching we mean a system of n edges in Q_n which have the properties mentioned in Theorem 1.

Theorem 2. The edge-set of the n-dimensional hypercube can be partioned into 2^{n-1} good matchings.

The Minimal Cut Cover of a Graph

Michael Bussieck *

September 29, 1993

Abstract

We consider a problem which occurs in testing for short circuits in printed circuit board components. This problem can be modelled as the covering of the edges of an undirected graph by cuts.

In particular, we look for a family of cuts $\mathcal{F} = \{C_1, \ldots, C_t\}$ with minimal cardinality, so that each edge belongs to at least one C_i. We call this problem the *Minimal Cut Cover* problem, MIN-CUT-COVER for short. For the special case of complete graphs, Loulou (cf. [1]) describes a polynomial greedy-like method for MIN-CUT-COVER.

Here we will show that MIN-CUT-COVER is NP-hard for arbitrary graphs, by drawing the relationship to the VERTEX-COLOUR problem. Further, we will give some simple heuristics for MIN-CUT-COVER which can be used for VERTEX-COLOUR as well.

References

[1] Richard Loulou. Minimal cut cover of a graph with an application to the testing of electronic boards. *Oper. Res. Lett.*, 12:301–305, 1992.

*TU Braunschweig, Abteilung für Mathematische Optimierung, Pockelsstraße 14, D-38106 Braunschweig, Germany

THE BRIDGE BETWEEN COMBINATORICS AND LOGIC I/II

WALTER A. DEUBER
WOLFGANG THUMSER

Abstract

Mathematicians understand to a certain extent how to find unprovable theorems and how to prove their unprovability within a formal system. In that sense we are relying on the classical work by Gentzen [Ge 36], Kreisel [Kr 52] and Wainer [Wa 72]. Moreover we shall apply their beautiful ideas to something which seems to be well understood, viz. to well quasi orderings. Leeb was one of the first dealing with structural problems of *wqo's*, which are related to these talks [Le 73]. Beautiful ideas of P. Erdős are valuable for the analysis of such phenomena occuring in all well quasi orders.

We are interested in first order statements $\forall x \exists y A(x,y)$ in the language of Peano arithmetic where A is primitive recursive. Let $g(x)$ be the smallest y satisfying $A(x,y)$. We would like to answer the question of whether g is defined for every x. Let us anticipate the answer, which has been known for a long time: If g grows fast enough then the statement "g is defined everywhere" is not provable within Peano arithmetic.

In order to specify growth rates in complexity theory, we define a hierarchy of reference functions. There are various hierarchies available and depending on the combinatorial problems and personal taste one can make a choice. Here we concentrate on the Wainer-Grzegorczyk hierarchy, cf. [Wa 72], [Gr53] and show how to estimate certain combinatorial functions within that framework.

References

[Ge 36] Gentzen, G., Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie, Mathematische Annalen 112, (1936), 493-565.

[Gr 53] Grzegorczyk, A., Some classes of recursive functions. (1953), Rozprawy matematiczne no. 4, Instytut Matematyczny Polskiej Akademie Nauk, Warsaw.

[Kr 72] Kruskal, J.B., The Theory of Well-Quasi-Ordering: A Frequently Discovered Concept, Journal of Combinatorial Theory (A) 13, (1972), 297-305.

[Le 73] Leeb, Klaus, Vorlesungen "uber Pascaltheorie, Arbeitsbericht des Instituts f"ur mathematische Maschinen und Datenverarbeitung, Friedrich Alexander Universit"at Erlangen N"urnberg, Bd. 6 Nr. 7 (1973).

[Wa 72] Wainer, S.S., Ordinal recursion and a refinement of the extended Grzegorczyk hierarchy. Journal of Symbolic Logic, 37, 136-153.

Klaus Dohmen

Heinrich-Heine-Universität Düsseldorf

Reduktionsinvarianten und Chromatische Polynome

Eine Abbildung ψ, die jedem Graphen eine reelle Zahl zuordnet, heißt *Reduktionsinvariante*, wenn je zwei isomorphe Graphen dasselbe ψ-Bild haben, und wenn für jeden Graphen G und jede Kante e von G gilt: $\psi(G) = \psi(G-e) - \psi(G/e)$. Dabei ist $G-e$ bzw. G/e der Graph, der aus G durch Entfernung bzw. Kontraktion von e hervorgeht.

Eine Reduktionsinvariante ist z. B. die Anzahl $P_G(\lambda)$ der zulässigen λ-Färbungen von G.

Anders als die aus der Matroidtheorie bekannten Tutte-Grothendieck-Invarianten bilden die Reduktionsinvarianten mit den für reellwertige Abbildungen üblichen linearen Operationen einen (zum Vektorraum der reellen Zahlenfolgen isomorphen) Vektorraum.

Es wird bewiesen, daß eine Reduktionsinvariante genau dann nichtnegativ ist (d. h. $\psi(G) \geq 0$ für alle Graphen G), wenn das Bild jedes vollständigen Graphen nichtnegativ ist. Für nichtnegative Reduktionsinvarianten gelten die nachfolgenden Abschätzungen:

Satz *Sei $G = (V, E)$ ein nicht kantenloser Graph mit Taillenweite g, L_ν der (bis auf Isomorphie eindeutig bestimmte) kantenlose Graph mit ν Ecken ($\nu = 0, 1, \ldots$) und ψ eine nichtnegative Reduktionsinvariante mit $\psi(L_0) \leq \psi(L_1)$. Für $q = 0, \ldots, g-1$ gilt dann*

$$\psi(G) \leq \sum_{k=0}^{q}(-1)^k \binom{|E|}{k} \psi\left(L_{|V|-k}\right) - \binom{|E|-1}{q} \psi\left(L_{|V|-q-1}\right) \qquad (q \text{ ger.})$$

$$\psi(G) \geq \sum_{k=0}^{q}(-1)^k \binom{|E|}{k} \psi\left(L_{|V|-k}\right) + \binom{|E|-1}{q} \psi\left(L_{|V|-q-1}\right) \qquad (q \text{ ung.})$$

Wählt man in diesem Satz für ψ die Reduktionsinvariante $G \mapsto P_G(\lambda)$ (mit einer festen Zahl $\lambda \in \mathbb{N}$), so erhält man neue Abschätzungen für das chromatische Polynom von G:

$$P_G(\lambda) \leq \sum_{k=0}^{q}(-1)^k \binom{|E|}{k} \lambda^{|V|-k} - \binom{|E|-1}{q} \lambda^{|V|-q-1} \qquad (q \text{ ger.})$$

$$P_G(\lambda) \geq \sum_{k=0}^{q}(-1)^k \binom{|E|}{k} \lambda^{|V|-k} + \binom{|E|-1}{q} \lambda^{|V|-q-1} \qquad (q \text{ ung.})$$

Spectral properties and the Jordan normal form of matrices with products of binomial coefficients as entries

L. Berg, K. Engel, and C. Rommel, Universität Rostock

Let $A = (a_{ij})$ be a square matrix of order $n+1$ with entries

$$a_{ij} = \binom{i+j}{j}\binom{m-i-j}{n-j},$$

$n \geq 1$ and $i, j = 0, 1, \ldots, n$, where m is a real parameter.

Theorem. a) The eigenvalues of A are

$$\binom{m+1}{0}, \binom{m+1}{1}, \binom{m+1}{2}, \ldots, \binom{m+1}{n}.$$

b) The eigenvectors $x_j = (x_{ij})$ of A^T and $y_j = (y_{ij})$ of A to the eigenvalue $\binom{m+1}{j}$ are given by

$$\begin{aligned} x_{ij} &= \sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{i}{k}\binom{n+k-j}{k}\binom{m-n-k}{j} \\ y_{ij} &= \sum_{k=0}^{n}(-1)^k\binom{i}{k}\binom{n-k}{j}\binom{m+k-n-j}{k}. \end{aligned}$$

We could find the result and also main ideas of the proof (factorization of matrices) only by several computer experiments using DERIVE and MAPLE. For the verification, we need identities of binomial coefficients where the most difficult one is

$$\sum_{k,l=0}^{n}(-1)^l\binom{k}{i}\binom{k}{l}\binom{n+l-j}{n-j}\binom{m-n-l}{j} = (-1)^{n-j}\binom{i}{n-j}\binom{m+1-j}{n-i}.$$

The matrices A and A^T are not diagonalizable iff $m \in \{0, 1, \ldots, 2n-2\}$. We determine explicitly the Jordan normal form of these matrices together with the corresponding principal vectors. For that we use a limit process and de l'Hospital's rule.

Problem. Give a nice combinatorial application of this result, e.g., in the solution of extremal problems for finite sets.

Generalizations of the Erdős-Szekeres convex n-gon theorem

G. Fejes Tóth, Budapest

The classical theorem of Erdős and Szekeres states that to any integer $n > 3$ there exists a minimum integer $f(n)$ such that if F is a set of points on the Euclidean plane with cardinality greater than $f(n)$ and no three elements of F are on a line, than F contains the vertices of some convex n-gon. We start with the following reformulation of this theorem: If no n elements of a set of points on the plane are convexly independent and the convex hull of any two points from the set contains at most two points of the set, then the cardinality of the set is bounded (by $f(n)$). A set of points is called convexly independent if no element of it is contained in the convex hull of the remaining elements. This, rather complicated reformulation of the Erdős-Szekeres theorem gives rise to the following problem: We say that a set F of points satisfies property $H^n_{(k,l)}$ for integers k, l, $k \leq l$, n if no n elements of F are convexly independent and the convex hull of any k elements of F contains at most l elements of F. Is it true that the cardinality of a set of points in the plane satisfying property $H^n_{(k,l)}$ is bounded? We show that the answer to this question is affirmative. Further we determine the maximum cardinality $f^n(k,l)$ of such sets for some special values of n, k and l. We also give upper bounds for $f^n(k,l)$ for other values of the arguments.

This is a report on joint work with T. Bisztriczky.

On the Fractional Dimension of Partially Ordered Sets

STEFAN FELSNER

Bell Communications Research, 445 South Street, Morristown, NJ 07962, U.S.A., and Freie Universität Berlin, Fachbereich Mathematik, Institut für Informatik, Takustraße 9, 14195 Berlin, Germany

E-mail address: felsner@math.tu-berlin.de

WILLIAM T. TROTTER

Bell Communications Research, 445 South Street 2L-367, Morristown, NJ 07962, U.S.A., and Department of Mathematics, Arizona State University, Tempe AZ 85287, U.S.A.

E-mail address: wtt@bellcore.com

Abstract

Let $\mathbf{P} = (X, P)$ be a poset and let $\mathcal{F} = \{M_1, \ldots, M_t\}$ be a multiset of linear extensions of P. Brightwell and Scheinerman call $\mathcal{F}$ a *k-fold realizer* of P if for each incomparable pair (x, y), there are at least k linear extensions in $\mathcal{F}$ which reverse the pair (x, y), i.e., $|\{i : 1 \leq i \leq t, x > y \text{ in } M_i\}| \geq k$. The *fractional dimension* of $\mathbf{P}$, denoted by $\mathrm{fdim}(\mathbf{P})$, is then defined as the least real number $q \geq 1$ for which there exists a k-fold realizer $\mathcal{F} = \{M_1, \ldots, M_t\}$ of P so that $k/t \geq 1/q$ (it is easily verified that the least upper bound of such real numbers q is indeed attained). Using this terminology, the *dimension* of $\mathbf{P}$, denoted by $\dim(\mathbf{P})$, is just the least t for which there exists a 1-fold realizer of P. It follows immediately that $\mathrm{fdim}(\mathbf{P}) \leq \dim(\mathbf{P})$, for every poset $\mathbf{P}$.

We use a variety of combinatorial techniques to prove several theorems concerning fractional dimension of partially ordered sets. In particular, we settle a conjecture of Brightwell and Scheinerman by showing that the fractional dimension of a poset is never more than the maximum degree plus one. Furthermore, when the maximum degree k is at least two, we show that equality holds if and only if one of the components of the poset is isomorphic to $\mathbf{S}_{k+1}$, the "standard example" of a $k+1$-dimensional poset. When $w \geq 3$, the fractional dimension of a poset $\mathbf{P}$ of width w is less than w unless $\mathbf{P}$ contains $\mathbf{S}_w$. If $\mathbf{P}$ is a poset containing an antichain A and at most n other points, where $n \geq 3$, we show that the fractional dimension of $\mathbf{P}$ is less than n unless $\mathbf{P}$ contains $\mathbf{S}_n$. If $\mathbf{P}$ contains an antichain A such that all antichains disjoint from A have size at most $w \geq 4$, then the fractional dimension of $\mathbf{P}$ is at most $2w$, and this bound is best possible.

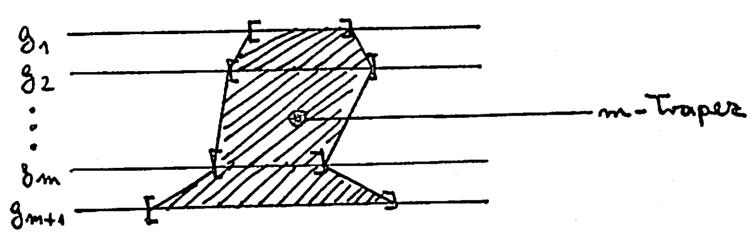
Polya-Abzählung für die Netze des 4-dimensionalen Würfels

J. Flachsmeyer (Greifswald)

Potenzen von m–Trapezgraphen

Carsten FLOTOW, Math. Seminar, Universität Hamburg, Bundesstr. 55

Abstract. Zunächst wird eine neue Graphenklasse eingeführt: ***m–Trapezgraphen*** sind die Durchschnittsgraphen von m–Trapezen, wobei ein m–Trapez durch $m+1$ Intervalle auf $m+1$ parallelen, vorgegebenen Geraden bestimmt ist:



Offenbar sind 0–Trapezgraphen genau die Intervallgraphen, während 1–Trapezgraphen gerade die in [1] eingeführten Trapezgraphen sind.
Ist $G = (V, E)$ ein Graph, so sei mit $d_G(u, v)$ der Abstand zweier Ecken $u, v \in V$ bezeichnet. Der Graph $G^k := (V, E')$ mit $E' := \{(u, v) | d_G(u, v) \le k\}$ heißt *k'te Potenz von G*.
Es gilt der folgende

Satz *Ist G^{k-1} m-Trapezgraph, so ist auch G^k $m-$Trapezgraph.*

Korollar 1 *G^{k-1} Intervallgraph $\Rightarrow$ G^k Intervallgraph*

Korollar 2 *G^{k-1} Trapezgraph $\Rightarrow$ G^k Trapezgraph*

Übrigens ist jeder m–Trapezgraph ein Unvergleichbarkeitsgraph (bzgl. einer partiellen Ordnung mit Intervalldimension $\le m+1$) und jeder Unvergleichbarkeitsgraph ein m–Trapezgraph (für ein $m \in N$). Daher folgt noch

Korollar 3 *G^{k-1} Unvergleichbarkeitsgraph $\Rightarrow$ G^k Unvergleichbarkeitsgraph*

Korollar 1 wird auch in [4] bewiesen, aber auf völlig andere Weise.

Literatur

[1] Dagan, Golumbic, Pinter, Trapezoid graphs and their coloring, Discr. Appl. Math. 21(1988) 35-46

[2] P. Damaschke, Distances in cocomparability graphs and their powers, Discr. Appl. Math. 21(1988) 35-46

[3] C. Flotow, On powers of m–trapezoid graphs, Manuscript

[4] A. Raychaudhuri, On powers of interval graphs and unit interval graphs, Congr. Numer. 59 (1987) 235-242

Anzahlbestimmung und Konstruktion von k-Motiven in einem Modell der Mathematischen Musiktheorie

HARALD FRIPERTINGER

DR. HABIL. G. MAZZOLA stellt in seinem Buch "Geometrie der Töne" folgendes Modell der Mathematischen Musiktheorie auf, das zur Beschreibung von Motiven Verwendung findet. Dabei werden in diesem Modell sowohl tonale als auch rhythmische Aspekte der Musik berücksichtigt.

Als mathematisches Modell einer *temperierten n-Skala* (der Tonraum einer Oktave wird in n gleiche Teile aufgeteilt) wird die zyklische Gruppe $(Z_n, +)$ gewählt, wobei $Z_n := \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ist. Als rhythmischer Grundbaustein einer Komposition wird ein Takt angesehen. Wird ein Takt durch rhythmische Unterteilung in m gleiche Zeiträume aufgeteilt, so spricht man von einem m-Takt, und dieser wird mathematisch als Z_m interpretiert.

Ein k-Motiv sei dann eine k-elementige Teilmenge von $Z_m \times Z_n$. Ist G eine Permutationsgruppe auf $Z_m \times Z_n$, dann operiert G auch auf der Menge aller k-Motive. Die Anzahl der Orbiten von k-Motiven kann man mit dem *Hauptsatz von* PÓLYA berechnen. Dazu muß man den Zyklenzeiger bzw. Zykelindex der operierenden Gruppe G bestimmen. Musiker sind jedoch mit der bloßen Bestimmung dieser Anzahlen nicht zufrieden; sie möchten aus jeder Klasse auch einen Repräsentanten kennen.

Diese Fragestellungen werden im Fall $n = m = 12$ genauer untersucht. Als operierende Gruppe tritt die Gruppe $\mathrm{Aff}(2, Z_{12})$ aller *affinen Abbildungen* von Z_{12}^2 nach Z_{12}^2 vor. Es werden einige Überlegungen zur Bestimmung der Zyklenzeiger der Gruppen $\mathrm{Gl}(n, Z_k)$ und $\mathrm{Aff}(n, Z_k)$ angestellt.

Für die Konstruktion von Repräsentanten von k-Motiven ist es sinnvoll, eine SIMS-Kette der operierenden Gruppe $\mathrm{Aff}(2, Z_{12})$ anzugeben und das READsche Verfahren anzuwenden. Damit ist es möglich Repräsentantenlisten für $k = 1, 2, \ldots, 8$ anzugeben. Für $k > 8$ ist die Anzahl der verschiedenen Orbiten von k-Motiven zu groß, um noch vollständige Listen anzugeben. In dieser Situation kann der DIXON-WILF-Algorithmus in gewichteter Form, wie er in Bayreuth am Institut von Herrn Prof. DR. A. KERBER entwickelt wurde, angewendet werden, um Orbit-Repräsentanten zufällig gleichverteilt zu erzeugen.

In Zukunft sollte man sich in diesem Modell von der Voraussetzung $m = n$ lösen. Als operierende Gruppe kommt dann

$$G := \{x \mapsto A(x) + b \mid b \in Z_m \times Z_n,\ A \in \mathrm{Aut}(Z_m \times Z_n)\}$$

in betracht. Die Automorphismengruppe $\mathrm{Aut}(Z_m \times Z_n)$ ist Teilmenge von $\mathrm{End}(Z_m \times Z_n) = \mathrm{End}(Z_m) \times \mathrm{Hom}(Z_m, Z_n) \times \mathrm{Hom}(Z_n, Z_m) \times \mathrm{End}(Z_n)$. Jeden Endomorphismus A kann man mit einer Matrix

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

identifizieren mit $a \in Z_m$, $b \in m/\mathrm{ggT}(n,m) \cdot Z_m$, $c \in n/\mathrm{ggT}(n,m) \cdot Z_n$ und $d \in Z_n$. Die Berechnung der SIMS-Kette dieser Gruppen erfolgt gleich wie im Fall $n = m$. Herr DR. HABIL. G. MAZZOLA versucht das Phänomen, daß Musiker größere Schwierigkeiten haben in einem 5er oder 7er Takt zu musizieren, durch die größere Anzahl von verschiedenen Motiv-Orbiten zu erklären.

Dieter GERNERT

HOW TO MANAGE A MATHEMATICAL ZOO

The term "mathematical zoo" goes back to E. HECKE (1937). It can be understood as comprehensive bulk of mathematical knowledge with the following properties: 1. It belongs to a certain, rather narrow partial discipline of mathematics. 2. The knowledge is rather homogeneous, and each element belongs to one of a very small number of patterns. 3. The knowledge elements are generally independent. Examples are given by many wellknown collections of formulas or chapters thereof. Within the scope of combinatorics we find collections of special number series, sets of formulas related to hypergeometric functions, knowledge about special kinds of numbers and functions, lists of relations between graph invariants etc.

This lecture will focus examples from combinatorics (examples from other fields of mathematics will only be listed). Based on some practical experience it will be discussed what has to be done in the selection, storing, and updating of such knowledge, and how in principle an efficient process of computer-assisted inference can be organized. (In the case of sufficient interest the lecture can be supplemented by the demonstration of a computer program.)

Address: Dieter GERNERT
Hardenbergstr. 24, D-80992 München

Combinatorial Characterization of Polymatroids

E.Girlich, G.Schneidereit
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Polymatroids $P(r)$ are a special class of polytopes, which are generated by a rankfunction $r(I)$:

$$P(r) = \{x \in R^n_+ : x(I) = \sum_{j \in I} x_j = r(I),\ I \subseteq N := \{1, 2, \ldots, n\}\},$$

where $r(I)$ is submodular, monoton increasing and normalized.

Polymatroids are determined by an exponential number of linear restrictions. The number of facets is bounded by $2^n + n - 1$. The diameter of polymatroids is bounded by $2n$, the number of vertices by $\sum_{i=1}^{n} i!\binom{n}{i}$.

The family of facets can be described by the facet-poset $R(r)$, which contains all sets I with the property, that $\{x \in P(r) : x(I) = r(I)\}$ is a facet of $P(r)$. By using the concept of combinatorial equivalence we investigate polymatroid types, which are representatives of a class of combinatorial equivalent polymatroids. One approach for enumeration of polymatroid types is based on the structure of the facet-poset $R(r)$.

The set of all rankfunctions of n-dimensional polymatroids build the cone $A(n)$, which is finitely generated. For special classes of rankfunctions we investigate following subcones:

- $H(n)$ - generated by Boolean rankfunction,
- $S(n)$ - generated by symmetric rankfunctions,
- $Mo(n)$ - generated by modular rankfunctions,
- $M(n)$ - generated by rankfunctions of matroids.

In the cone $H(n)$ we can formulate the problem of enumeration of polymatroid types as a problem of enumeration of different bipartite graphs. We can show, that in each face of this cone exists only one polymatroid type.

Planar regular graphs with prescribed diameter.

Frits Göbel
Twente University

For given non-negative integers k and D we investigate the existence of a k-regular planar graph with diameter D. We also investigate the smallest and the largest order that such a graph can have.

(Joint work with Walter Kern.)

Über orthogonale Doppelüberdeckungen des $\vec{K}_n$

HANS-DIETRICH O.F. GRONAU
Universität Rostock, FB Mathematik, 18051 Rostock

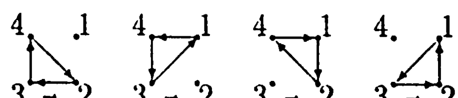
Eine orthogonale Doppelüberdeckung des $\vec{K}_n$ ist eine Menge von n spannenden Untergraphen $\vec{G}_1$, $\vec{G}_2$, ..., $\vec{G}_n$ des $\vec{K}_n$, so daß
- jede (gerichtete) Kante des $\vec{K}_n$ zu genau einem der $\vec{G}_i$'s gehört und
- für je zwei dieser gerichteten Graphen $\vec{G}_i$ und $\vec{G}_j$ $(i \neq j)$ gibt es eine eindeutig bestimmte zwei-elementige Menge $\{a, b\}$ von Knotenpunkten, so daß $\vec{G}_i$ die (gerichtete) Kante (a, b) und $\vec{G}_j$ die (gerichtete) Kante (b, a) enthält.

Eine Doppelüberdeckung heißt *idempotent*, falls i in $\vec{G}_i$ ein isolierter Punkt ist; für alle i.

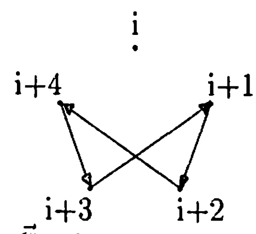
Das allgemeine Problem ist folgendes:

Man fixiere eine Familie von (gerichteten) Graphen. Für welche n gibt eine orthogonale Doppelüberdeckung des $\vec{K}_n$?

Hier sind Beispiele für $n = 4$ *und* 5.



$\vec{G}_1$ $\vec{G}_2$ $\vec{G}_3$ $\vec{G}_4$



$\vec{G}_i$; $i = 1, 2, 3, 4, 5$

Unser Hauptresultat, das wir gemeinsam mit R.C. Mullin (Waterloo, Canada) erzielten, ist folgender

Satz *Eine idempotente orthogonale Doppelüberdeckung $\{\vec{G}_1, \vec{G}_2, ..., \vec{G}_n\}$ des $\vec{K}_n$, wobei die Graphen $\vec{G}_i$ $(i = 1, 2, ..., n)$ neben dem isolierten Punkt i nur aus Knotenpunkt disjunkten gerichteten Zyklen der Längen 3 und 4 bestehen, existiert, falls $n \geq 4$, $n \neq 6$, 8, 10, 11, 12, 14, 18, 26, 27, 30, 38, 42, 50, 51, 54, 62, 66, 74, 78, 86, 90.*

Blocking set free configurations, digraphs and hypergraphs

HARALD GROPP, Mühlingstr. 19, 69121 Heidelberg

A *configuration* v_k is a finite incidence structure of v points and v lines such that there are k points on each line and k lines through each point and 2 different points are connected by a line at most once. Configurations were already defined in 1876 and belong to the oldest structures in combinatorial theory. Some 30 years ago *hypergraphs* were defined as generalizations of graphs where a (hyper)edge can have cardinality greater than two. Configurations are *linear regular uniform* hypergraphs.

Each digraph can be written as a hypergraph where to every vertex a hyperedge is assigned which contains this vertex and all the endvertices of arcs starting in the vertex. Vice versa by using an early result of Steinitz [8] or König (1914) (matching in regular bipartite graphs) each regular uniform hypergraph can be transformed into a digraph.

A blocking set in a configuration v_k is a subset which intersects each line in at least one point and in at most $k-1$ points. In the terminology of graph theory a blocking set corresponds to a 2-colouring of the vertices such that there is no monochromatic (hyper)edge.

In [2] the search for configurations v_3 which do not have a blocking set was started. Most of these configurations have a blocking set. However, the interesting question is for which values of v there is a *blocking set free configuration* v_3. By combining results of [2] and [3] the problem is answered for nearly all values congruent to 1 (mod 3).

In this talk the progress in settling this question is reported leaving open only a few undecided values of v. A decisive contribution was made in the theory of digraphs by Thomassen [9] who proved the existence of certain digraphs without even dicycles which are equivalent to certain blocking set free configurations via the method mentioned in the beginning.

Moreover, a report is given on earlier papers [1,4,6] on this subject and on new results of Kornerup [7]. Furthermore, the problem is extended to nonsymmetric configurations (v_r, b_3). A detailed report is given in [5].

References:

[1] B.Bollobás, A.J.Harris, List-colourings of graphs, Graphs and Combinatorics 1 (1985), 115-127

[2] J.W.DiPaola, H.Gropp, Symmetric configurations without blocking sets, Mitteilungen Math. Sem. Giessen 201 (1991), 49-54

[3] H.L.Dorwart, B.Grünbaum, Are these figures oxymora?, Math. Mag. 65 (1992), 158-169

[4] P.Erdös, L.Lovász, Problems and results on 3-chromatic hypergraphs and some related questions, Coll. Math. Soc. János Bolyai 10 (1975), 609-627

[5] H.Gropp, Blocking set free configurations and their relations to digraphs and hypergraphs (submitted to Discrete Math.)

[6] K.M.Koh, Even circuits in directed graphs and Lovász's conjecture, Bull. Malaysian Math. Soc. (2) 7 (1976), 47-52

[7] J.Kornerup, Aspects of the even cycle problem, Thesis Aarhus (1992)

[8] E.Steinitz, Über die Construction der Configurationen n_3, Diss. Breslau (1894)

[9] C.Thomassen, The even cycle problem for directed graphs, Journal Amer. Math. Soc. 5 (1992), 217-229

On Some Decision Models With Random Walks

Torsten Grotendiek*
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 100131
33501 Bielefeld

We consider the set $\{0, 1, 2, ..., n\}$ of non-negative integers, and there are given s particles on it. By knocking against a particle standing on position i, it will jump to $(i-1)$ and to $(i+1)$ with probability $\frac{1}{2}$ each. The numbers 0 and n are absorbing barriers. The random walk takes place in discrete time. In every elementary unit of time we are allowed to knock exactly one particle.

Questions of the following type are considered:

> *"How long does it take, till either at least a given number of particles, say r, will be absorbed at the left barrier, or at least $s-r+1$ particles will be absorbed at the right barrier ?"*

We are interested in the total number of knocks which are necessary in the average to answer this question. Our goal is to reach one of the two finishing states (r particles at 0 or $s-r+1$ particles at n) as early as possible or as late as possible, respectively.

In our talk we will present the solutions for the cases $(s = 2,\ r = 1)$ and $(s = 3,\ r = 2)$.

Reference:

T. Grotendiek, Random Walk - Entscheidungsmodelle, Diplomarbeit, Universität Bielefeld, Fakultät für Mathematik, 1992.

*e-mail: groten@math10.mathematik.uni-bielefeld.de

WEAKLY HAMILTONIAN-CONNECTED LOCALLY SEMICOMPLETE DIGRAPHS

Yubao Guo and Lutz Volkmann

Lehrstuhl II für Mathematik, RWTH Aachen,
Templergraben 55, 52056 Aachen, Germany

A digraph D is weakly Hamiltonian-connected if for any two vertices x and y of D, there exists a Hamiltonian path from x to y or from y to x. We shall characterize the weakly Hamiltonian-connected locally semicomplete digraphs. This characterization generalizes the corresponding results on tournaments due to Thomassen [4].

References

[1] J. Bang-Jensen, Locally semicomplete digraphs: A generalization of tournaments, *J. Graph Theory* **14** (1990), 371–390.

[2] J. Bang-Jensen, On the structure of locally semicomplete digraphs, *Discrete Math.* **100** (1992), 243–265.

[3] Y. Guo and L. Volkmann, Connectivity properties of locally semicomplete digraphs, *J. Graph Theory* **18** (1994), to appear.

[4] C. Thomassen, Hamiltonian-connected tournaments, *J. Combinat. Theory* **B 28** (1980), 142–163.

Polynomial algorithms for finding Hamiltonian paths and cycles in quasi-transitive digraphs

G. Gutin *

September 24, 1993

1 Abstract

A digraph D is called quasi-transitive if for any triple x, y, z of distinct vertices of D such that (x, y) and (y, z) are arcs of D there is at least one arc from x to z or from z to x. A minimum path factor of a digraph D is a collection of the minimum number of pairwise vertex disjoint paths covering the vertices of D. J. Bang-Jensen and J. Huang conjectured that there exist polynomial algorithms for the Hamiltonian path and cycle problems for quasi-transitive digraphs. We solve this conjecture by describing polynomial algorithms for finding a minimum path factor and a Hamiltonian cycle (if it exists) in a quasi-transitive digraph. To construct the algorithms we use a decomposition theorem that characterizes quasi-transitive digraphs in recursive sense obtained by J. Bang-Jensen and J. Huang, Dilworth's Theorem, characterizations of complete multipartite digraphs having Hamiltonian path and ordinary complete multipartite digraphs containing Hamiltonian cycles, and results on flows in networks.

Keywords: algorithms; digraphs; paths; cycles.

*School of Mathematical Sciences, Tel Aviv University, Ramat-Aviv 69978, Israel, and Department of Mathematics and Computer Science, Odense University DK-5230 Denmark

A Turan type problem for partially ordered sets

Sven Hartmann
Fachbereich Mathematik der Universität Rostock

Two elements x and y in a poset P form a covering pair (x, y) iff $x < y$ and there is no element z in P between x and y. We ask for the maximum number $ex(\mathcal{F}, n)$ of covering pairs of an n-element poset in a given class $\mathcal{F}$ of posets. This extremal problem is studied for certain classes of N-free posets, among them N-free lattices and covering lattices.

A poset is called N-free iff its diagram contains no induced subdigraph isomorphic to the diagram of the four-element Rival poset N. For the class $\mathcal{N} \cap \mathcal{L}$ of N-free lattices we obtain $ex(\mathcal{N} \cap \mathcal{L}, n) = 2n - 4$ if $n \geq 3$.

Let P be an arbitrary poset. On its set of covering pairs we define a partial order by $(x, x') \leq (y, y')$ iff these pairs are identical or $x' \leq y$ in P. The new poset is called the covering poset of P. For the class $\mathcal{C} \cap \mathcal{L}$ of covering lattices it holds $2n - ex(\mathcal{C} \cap \mathcal{L}) \sim 2n^{2/3}$.

HARZHEIM (Düsseldorf)

ÜBER RAMSEY-ZAHLEN BEI SCHWACH ARITHMETISCHEN PROGRESSIONEN

Eine schwach arithmetische Progression der Länge $L \in \mathbb{N}$, kurz WAP_L, ist eine Menge nichtnegativer ganzer Zahlen $a_1 < \dots < a_L$, zu der es reelle Zahlen $x_0 < \dots < x_L$ gibt, so daß alle $x_{i+1} - x_i$, $i = 1,\dots,L-1$, gleich sind (- die $x_0,\dots,x_L$ also eine arithmetische Progression bilden -) und für die gilt

$$a_i \in [x_{i-1}, x_i) \text{ für } i = 1,\dots,L.$$

Hierzu gelten folgende Sätze:

Satz 1. Sei $n = L^k$, wo n,L,k natürliche Zahlen mit $L \geq 2$ sind. Sei $A \subset [0,n) \cap \mathbb{N}_0$ und $|A| > n^{1-\frac{1}{L\cdot\log L}}$. Dann umfaßt A eine WAP_L.

In der anderen Richtung gilt:

Satz 2. Seien n,L natürliche Zahlen mit $5 \leq L < n$. Dann gibt es eine Menge $M \subset [0,n) \cap \mathbb{N}_0$ mit

$$|M| > n^{1 - \frac{2}{(L-4)\cdot\log 2}} \cdot f(L),$$

welche keine WAP_L umfaßt. Hierbei gilt $\lim_{L\to\infty} f(L) = \frac{1}{2}$.

Satz 3. Ist in Satz 2 noch $L \geq 6$, $k := 6/\log 2 = 8{,}656..$, dann gibt es zu jedem $n \in \mathbb{N}$ eine Menge $M \subset [0,n) \cap \mathbb{N}_0$ mit $|M| > \frac{1}{20}\cdot n^{1-\frac{k}{L}}$, die keine WAP_L umfaßt.

Definition. Für $L \in \mathbb{N}$ sei $w(L)$ die kleinste natürliche Zahl n, für die gilt: Ist $\{1,\dots,n\}$ mit zwei Farben gefärbt, so existiert eine monochromatische $WAP_L \subset \{1,\dots,n\}$.

Hierzu folgt fast unmittelbar $w(L) < L\cdot(L-1) + 1$. In der anderen Richtung ergibt sich

Satz 4. $w(3\cdot\left[\frac{L}{2}\right] + 1) > L^2$.

Stirling factors and evolutionary trees

M. Hendy (Palmerston North, New Zealand)

Radons Satz und symmetrische Verteilungen

von Franz Hering

Fachbereich Statistik der Universitaet Dortmund

Eine d-dimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilung heiße symmetrisch, wenn sie invariant unter der Gruppe der Rotationen ist. Sei eine Stichprobe vom Umfang n aus einer symmetrischen d-dimensionalen Verteilung gegeben. Wir bestimmen mit Hilfe von Radon-Partitionen die Wahrscheinlichkeit, daß die konvexe Hülle der Stichprobenpunkte den Nullpunkt enthält. Diese Wahrscheinlichkeit wurde schon von Wendel [1] mit einer anderen Beweismethode gefunden. Der hier vorgestellte Beweis zeigt den Zusammenhang zu einem Münzwurfproblem auf, welcher ebenfalls schon von Wendel beobachtet wurde. Wendel weist jedoch darauf hin, daß er diesen Zusammenhang nicht erklären kann. Außerdem läßt sich unsere Beweismethode benutzen, um im Prinzip die Wahrscheinlichkeit zu bestimmen, daß eine Stichprobe vom Umfang n aus einer Verteilung F mit $dF = -dF$ den Nullpunkt enthält.Dadurch wird sie insbesondere auch für diskrete Verteilungen anwendbar.

Reference

[1] Wendel,J.G : *A Problem in geometric probability*, Math. Scand. 11 (1962), 109-111.

Hamiltonsche und Pathtough Eigenschaften in 2-tough Graphen

VŨ-ĐÌNH-HÒA
Wundtstr.7/4L1
01217 Dresden

Wir betrachten nur schlichte und ungerichtete Graphen. Ein Graph G heißt $2-$*tough* Graph, wenn $|S| \geq 2\omega(G-S)$ für jede Teilmenge $S \subset V(G)$ mit $\omega(G-S) \geq 2$ gilt. G heißt *pathtough*, wenn G-S in höchstens $|S|$ Wege ($S \neq \emptyset$) zerlegen läßt.

Chvátal's Vermutung /2/ : Jeder 2-tough Graph ist Hamiltonsch.

Jackson's Problem A10 /1/ : Ist jeder 2-tough Graph ist pathtough ?

Jackson's Problem A11 /1/ : Ist jeder 2-tough pathtough Graph Hamiltonsch ?

Wir beweisen fogendes Ergebnis :

Theorem : Folgende Eingenschaften sind äquivalent.

1) Jeder 2-tough Graph ist Hamiltonsch.

2) Jeder 2-tough Graph ist pathtough.

3) Jeder 2-tough Graph G mit t totalen Knotenpunkten (d. h. Knotenpunkte, die mit allen anderen Knotenpunkten adjazent sind) ist Hamiltonsch, wobei t eine beliebige gegebene Zahl ≥ 0 ist.

4) Jeder genau 2-tough Graph (d. h. die Ungleichung in der obigen Definition wird Gleichung bei einer passenden Teilmenge S sein) ist Hamiltonsch.

Bemerkung : Jeder 2-tough pathtough Graph ist entweder Hamiltonsch oder besitzt keine totale Knotenpunkte.

REFRENCES

/1/ BROERSMA, H. J. & VAN DEN HEUVEL, J. and VELDMAN, H. J. (eds). *Updated contributions to the Twente Workshop on Hamiltonian graph theory* (April 6-10, 1992). Memorandum No. 1076, University of Twente (The Netherlands), 1992.

/2/ CHVÁTAL, V. : *Tough graphs and hamiltonian circuits.* Discrete Math. 5 (1973) 215-228.

Hinreichende Bedingungen für die Existenz von Hamiltonkreisen in pathtough Graphen

VŨ-ĐÌNH-HÒA
TU Bergakademie Freiberg
Fachbereich Mathematik
Beruh.-v.-Cottastr.2
09596 Freiberg

Wir betrachten nur schlichte und ungerichtete Graphen. G heißt *pathtough*, wenn G-S in höchstens $|S|$ Wege (S $\neq \emptyset$) zerlegen läßt.

Theorem 1 : Jeder pathtough Graph mit $\delta \geq n/3$ ist hamiltonsch.

Corollary 2 : Jeder hypohamiltonsche Graph G besitzt einen Knotenpunkt von Valenz $\leq \frac{(n-1)}{3}$.

Diese Ergebnisse verbessern die Werte 8n/17 von Hägkvist und 2n/5 von Schiermeyer. Bei dem Petersengraphen können wir sehen, daß sie scharf sind. Die Beweismethode läßt sich auf σ_2 übertragen. Bei Überstrengung der Beweismethode können wir den Wert n/3 durch den Wert (n-2)/3 (mit Ausnahmegraphen) ersetzen und antworten damit eine Frage gestellt durch Schiermeyer in der "British Combinatorial Conference" (1991) (s. h. /1/, S. 67-76 und 97-99).

REFRENCES

/1/ BROERSMA, H. J. & VAN DEN HEUVEL, J. and VELDMAN, H. J. (eds). *Updated contributions to the Twente Workshop on Hamiltonian graph theory* (April 6-10, 1992). Memorandum No. 1076, University of Twente (The Netherlands), 1992.

HOA

NEW RESULTS ON SET GAMES

Cornelis Hoede

University of Twente
P.O.Box 217, 7500 AE Enschede
The Netherlands

Set games were presented for the first time at the Braunschweig Kolloquium in 1992. They generalize cooperative games in which coalitions, subsets of the player set, are mapped on the reals by considering mappings on sets, subsets of some abstract universum.

In this talk some new relationships to graph theory will be mentioned. The main part is an account of the characterization of values for set games, analogous to the Shapley value for ordinary cooperative games.

H Huck (Hannover)

Independent trees

Let G be a finite graph (directed or undirected) and let $t_1, ..., t_k$ be distinct vertices of G. A system $(T_1, ..., T_k)$ of trees in G is called a $(t_1, ..., t_k)$ – treesystem if the following conditions are satisfied:

- For each $i \leq k$, $V(T_i) = V(G) - \{t_j; j \neq i\}$.
- If G is directed, then each T_i is directed to t_i.
- Let $x \in V(G) - \{t_1, ..., t_k\}$ and let P_i be the x, t_i – path in T_i for each $i \leq k$. Then for any distinct i, j, the paths P_i and P_j have only x in common.

We introduce sufficient conditions for the existence of a $(t_1, ..., t_k)$ – treesystem and consider related problems.

NEW CORRELATION INEQUALITIES IN COMBINATORIAL NUMBER THEORY

RUDOLF AHLSWEDE AND LEVON H. KHACHATRIAN

ABSTRACT

For sets $A, B \subset \mathbb{N}$, the set of positive integers, consider the set of least common multiples $[A, B] = \{[a, b] : a \in A, b \in B\}$, the set of largest common divisors $(A, B) = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$, the set of products $A \times B = \{a \cdot b : a \in A, b \in B\}$, and the sets of their multiples $M(A) = A \times \mathbb{N}$, $M(B), M[A, B]$, and $M(A \times B)$, resp. Our first discoveries are the inequalities

$$\mathbf{d}M(A,B)\mathbf{d}M[A,B] \geq \mathbf{d}M(A)\mathbf{d}M(B), \tag{1}$$
$$\mathbf{d}M(A)\mathbf{d}M(B) \geq \mathbf{d}M(A \times B) \tag{2}$$

where $\mathbf{d}$ denotes the asymptotic density and A, B are finite.

The first inequality is by the factor $\mathbf{d}M(A, B)$ sharper than Behrend's well-known inequality. This in turn in a generalisation of an earlier inequality of Rohrbach and Heilbronn, which settled a conjecture of Hasse concerning an identity due to Dirichlet.

The second inequality does not seem to have number theoretic predecessors. Here we show that (1) can easily be derived from the Ahlswede/Daykin inequality via Dirichlet series. Actually we discovered this way the much more general inequality

$$\underline{\mathbf{D}}(A,B)\underline{\mathbf{D}}[A,B] \geq \underline{\mathbf{D}}A \cdot \underline{\mathbf{D}}(B), \tag{3}$$

where $\underline{\mathbf{D}}$ denotes the lower Dirichlet density and A, B are *arbitrary* subsets of $\mathbb{N}$.

The same approach gives inequality (2) as a number theoretic twin of the correlation inequality of Kesten/van der Berg. Here it is essential that we work with multiples.

[1] R. Ahlswede and L. Khachatrian, Density inequalities for sets of multiples, submitted to Journal of Number Theory.

[2] R. Ahlswede and L. Khachatrian, Number theoretic correlation inequalities for Dirichlet densities, submitted to Crelle's Journal.

Ramsey-Zahlen für Mengen von Graphen

Kathrin Klamroth,
Technische Universität Braunschweig

Betrachtet werden die verallgemeinerten Ramsey-Zahlen $r(\mathcal{G}_1,\mathcal{G}_2)$ für Mengen von Graphen $\mathcal{G}_1$ und $\mathcal{G}_2$.
Ist speziell $\mathcal{G}_1=\{K_n\}$ und $\mathcal{G}_2=\langle p,q\rangle$ die Menge aller Graphen mit p Knoten und q Kanten, so wird ein interessanter Zusammenhang zwischen diesen Ramsey-Zahlen $r(K_n,\langle p,q\rangle)=n+s$ und den Turàn-Graphen $T_{K_n}(n+s-1)$ deutlich.
Dieser Zusammenhang ist auf andere Fälle übertragbar.

Single exponential upper bound on Erdös-Rado pair numbers

Martin Klazar*

The pair version of Erdös-Rado canonizing theorem says that there is an integral function $ER(m)$ with the following property: if there exists a coloring

$$F : [n]^2 \to \omega$$

of all pairs of the set $[n] = \{0, 1, \ldots, n-1\}$ by colors $\omega = \{0, 1, \ldots\}$ such that no restriction

$$F \lceil X^2, X \in [n]^m$$

is canonical (i.e., either constant or 1–1 or minimal or maximal) then $n \leq ER(m)$.

The primar upper bound of Erdös and Rado is triple exponential in m, the recent result of Lefmann and Rödl is that $ER(m) \leq 2^{c.m^2 . \log m}$. We prove that $ER(m) \leq 2^{3/2 . m^6}$, $m \geq m_0$.

*Dept. of Applied Mathematics, Malostranské náměstí 25, 118 00 Praha 1, Czech Republic

Even Designs und symmetrische Blockpläne

Th. Kölmel

Die Konstruktion symmetrischer Blockpläne, die einen semiregulären Automorphismus zulassen, führt zu Bahnenmatrizen, welche die durch den Automorphismus definierte taktische Zerlegung beschreiben. Für gewisse Nichtexistenzaussagen über solche Bahnenmatrizen oder zur Vereinfachung der Konstruktion einer solchen erweist sich als günstig, nur noch zwischen geraden und ungeraden Einträgen in der Bahnenmatrix zu unterscheiden und die Nichtexistenz oder Konstruktion der so entstehenden Inzidenzmatrix eines even designs zu untersuchen. Hierzu werden einige Sätze und Beispiele angegeben. Indem von den Inzidenzmatrizen der entsprechenden even designs ausgegangen wird, können jetzt die jeweiligen Bahnenmatrizen und daraus die ursprünglich interessierenden symmetrischen Blockpläne rekonstruiert oder Bahnenmatrix bzw. Blockplan als nichtexistent nachgewiesen werden.

Permuted difference cycles and triangulated sphere bundles

Wolfgang Kühnel
(Univ. Duisburg)

The collection of all permutations of certain difference cycles in $\mathbb{Z}_n$ generates a simplicial complex with n vertices which turns out to be a combinatorial manifold. This yields a family of such complexes depending on several parameters. As an example, (12) generates a torus, (124) generates a 3-dimensional torus. For a proof one has to show that the link of each vertex is a combinatorial sphere. Inductively we show that this link is a kind of a "cubical suspension" of the vertex link of a lower dimensional manifold.
In order to determine the topology of these manifolds we use the method of "collapsing". It turns out that these manifolds are homeomorphic to the total spaces of certain sphere bundles over higher dimensional tori.

A Dirac-type criterion for hamiltonicity

S. KYAW (BERLIN)

Kernels of Minimum Size Gossip Schemes

Roger Labahn

Universität Rostock, FB Mathematik
18051 Rostock, Germany
`labahn@mathematik.uni-rostock.d400.de`

We consider *gossiping* on the undirected complete graph on $n \geq 4$ vertices, i.e. the dissemination of n items of information each generated in one vertex to all the vertices by bidirectional *calls.* Calls may be done in parallel if they use independent edges and the collection of pairwise time-parallel calls is a *round.* The call c is *related* to the call d if they share a vertex and d is later than c. Finally, the reflexive and transitive closure of this relation is defined to be the *minimal ordering.*

We consider the case where the number L of calls equals $L = 2n - 4$ which is minimum among all gossiping procedures on K_n. Here we give a complete characterization of all possible minimal orderings, in particular, of their *kernels* which turned out to be the essential part of gossiping. From this, several results concerning minimum size gossip schemes can be derived, e.g. we proved that the minimum number of rounds for minimum size gossiping is $2\lceil \log_2 n \rceil - 3$. Moreover, we present results on the arising posets themselves: enumeration, jump number, dimension, and number of linear extensions.

Construction of combinatorial d-pseudomanifolds with permuted difference cycles

G. Laßmann
Forschungszentrum der Telekom
FTZ Berlin

A *combinatorial d-manifold* is a simplicial complex such that the link of each of the n vertices is a combinatorial (d-1)-sphere. This topological condition is difficult to prove in higher dimensions, a weaker combinatorial condition is: A *combinatorial d-pseudomanifold* is a simplicial complex such that each (codimension 1) face occurs exactly in two simplices. We consider complexes invariant under action of the cyclic group $\mathbb{Z}_n$ on n vertices. Up to $\mathbb{Z}_n$-action a d-dimensional simplex $\langle x_0\ x_1 \dots x_d \rangle$ with $x_0<x_1<\dots<x_d$ can be encoded by the *differences* $(y_1 \dots y_d)$ where $y_i = x_i - x_{i-1}$. A *difference k-cycle* is an ordered tuple $(y_1 \dots y_d)$ of non-zero elements of $\mathbb{Z}_n$. By a *permuted difference d-cycle* we mean the difference d-cycle $(y_{\sigma 1} \dots y_{\sigma d})$ for a given permutation σ of $\{1, \dots, k\}$. A *d-permcycle* is defined as a set of permuted d-cycles, where $(y_1 \dots y_d)$ is fixed and where σ ranges over all possible permutations. A simplicial complex is called *2-neighborly* if any pair of vertices is joined by an edge belonging to the complex.

<u>Theorem:</u>
Let $1 \le y_1 \le y_2 \le \dots \le y_d$ be fixed integers. Then the following conditions are equivalent:

(i) In the permcycle $[y_1, \dots, y_d]$ every (codimension 1) face occurs exactly twice und every edge exists.

(ii) The permcycle has the special form $[y_1, \dots, y_d] =$
$$[\underbrace{1, \dots, 1}_{k}, 2, k+3, 2(k+3), 4(k+3), \dots, (2^{d-k-2} * (k+3))]$$
for a certain k =0, ..., d-1.

Further we can show that every d-permcycle with parameter k defines a neighborly d-manifold with $2^{d-k} * (k+3)-1$ vertices und interesting geometric properties (not scope of this talk).

- W. Kühnel and G. Lassmann, Combinatorial d-tori with a large symmetry group, Discrete Comp. Geom. 3, 169-176 (1988)
- W. Kühnel and G. Lassmann, Permuted difference cycles and triangulated sphere bundles, 1993, Preprint Uni Duisburg, to appear.

Die Anzahl der charakteristischen Tupel der Menge aller Funktionen der k-wertigen Logik, die höchstens zwei verschiedene Werte annehmen

Dietlinde Lau (Universität Rostock)

Seien $E_k := \{0, 1, ..., k-1\}$ $(k \geq 2)$, $P_k^{(n)}$ die Menge aller *n-stelligen Funktionen der k-wertigen Logik*, die das n-fache kartesische Produkt E_k^n in E_k abbilden, und $P_k := \bigcup_{n \geq 1} P_k^{(n)}$. P_k mit den *Superpositionsoperationen* (ausdrückbar durch die sogenannten *Mal'cev-Operationen* $\zeta, \tau, \Delta, \nabla, *$) bildet eine Algebra $\mathbf{P_k} := (P_k; \zeta, \tau, \Delta, \nabla, *)$.
Trägermengen von Unteralgebren dieser Algebra bezeichnet man als *Teilklassen* oder kurz als *Klassen* von P_k. Besitzt eine gewisse Teilklasse A von P_k ein endliches Erzeugendensystem, so hat A nur endlich viele maximale Teilklassen A_1, A_2, ..., A_t. Einer beliebigen Funktion f aus A läßt sich mittels dieser maximalen Klassen ein sogenanntes *charakteristisches Tupel* $\chi(f) := (\chi_1(f), \chi_2(f), ..., \chi_t(f))$ auf folgende Weise zuordnen:

$$\chi_i(f) := \begin{cases} 0 \; \text{für} \; f \in A_i \\ 1 \; \text{für} \; f \notin A_i \end{cases}$$

$(i = 1, 2, ..., t)$. Mit Hilfe solcher Tupel lassen sich Basisklassifikationen für A vornehmen sowie gewisse Teilklassen von A charakterisieren (siehe [1]).
Anhand der in [2] bestimmten maximalen Klassen von $P_k(2)$, der Menge aller Funktionen aus P_k, die höchstens zwei verschiedene Werte annehmen, soll im Vortrag (nach einer kurzen Übersicht über bereits ermittelte charakteristische Tupel gewisser Klassen der 2- bzw. 3-wertigen Logik) die Idee zum Beweis des folgenden Satzes erläutert werden:
SATZ: $P_k(2)$ *$(k \geq 3)$ besitzt genau*

$$k + \binom{k}{2} \cdot (3 \cdot 2^{k-2} + \frac{k!}{2} - 3 + 2 \cdot u_k + u_{k-1} - u_{k-2} + \sum_{i=2}^{k-1} (2 \cdot v_{k-1,i} + \frac{1}{2} \cdot v_{k,i}^* + v_{k,i}^{**}) \cdot i!)$$

charakteristische Tupel, wobei u_q die Anzahl aller Äquivalenzrelationen auf E_q sei, $v_{q,i}$ die Anzahl aller Äquivalenzrelationen auf E_q mit genau i Äquivalenzklassen, $v_{q,i}^*$ die Anzahl aller Äquivalenzrelationen ρ auf E_q mit $\{0,1\} \notin E_{q/\rho}$, $(0,1) \notin \rho$ und $|E_{q/\rho}| = i$ bezeichnet sowie $v_{q,i}^{**}$ die Anzahl aller Äquivalenzrelationen ρ auf E_q mit den folgenden Eigenschaften sei: $\{0,1\} \notin E_{q/\rho}$, $(0,1) \in \rho$ und $|E_{q/\rho}| = i$.
($E_{q/\rho}$ bezeichnet die Menge aller Äquivalenzklassen der Äquivalenzrelation ρ auf E_q.)

Literatur

[1] D. Lau, M. Miyakawa, I. G. Rosenberg and I. Stojmenovic: Classifications and basis enumerations in many-valued logics - a survey -. Proc. 17th. Intern. Symposium on Multiple-valued Logic, Boston, May 1987, 152 - 160

[2] D. Lau: A completeness criterion for $P_k(l)$. J. Inf. Process. Cybern. **EIK 27** (1991) 3, 167 - 178

Sterblichkeit Iterierter Gallai-Graphen

Van Bang Le, TU-Berlin

Der Gallai-Graph $\Gamma(G)$ des Graphen G ist wie folgt definiert: Die Ecken von $\Gamma(G)$ sind die Kanten von G; zwei Kanten von G sind in $\Gamma(G)$ adjacent, wenn sie in G inzident sind, aber kein Dreieck aufspannen.

Wir werden im Vortrag die (endlichen und unendlichen) Graphen G, deren iterierte Gallai-Graphen $\Gamma^t(G) = \Gamma(\Gamma^{t-1}(G))$ schließlich leer sind, beschreiben.

Die algorithmische Seite von Gallai-Graphen wird auch am Rande diskutiert; es stellt sich heraus, dass die Berechnungen der Cliquenzahl, der Unabhängigkeitszahl, und der chromatischen Zahl von Gallai-Graphen NP-vollständige Probleme sind.

Die Dichte uniformer Mengensysteme

Uwe Leck
GK "Alg. Diskr.Math."
Freie Universität
FB Mathematik
Arnimallee 2-6
14195 Berlin

Abstract

Es sei $\mathcal{A}$ eine k-uniforme m-elementige Teilmenge des n-Würfels und $\Delta_i(\mathcal{A})$ der i-Schatten von $\mathcal{A}$. Dann wird $\delta_i(\mathcal{A}) := min\frac{|\Delta_i(\mathcal{B})|}{|\mathcal{B}|}$ als i-Dichte von $\mathcal{A}$ bezeichnet, wobei das Minimum über alle Teilmengen $\mathcal{B}$ von $\mathcal{A}$ läuft. Für vorgegebene $1 \leq j < J < k$, m und $\delta_J(\mathcal{A})$ soll $\delta_j(\mathcal{A})$ minimiert werden.

A Fast Approximation Algorithm for Computing the Frequencies of Subgraphs in a Given Graph

Hanno Lefmann *

Abstract

In this talk we give an algorithm which, given a labelled graph on n vertices and a list of all labelled graphs on k vertices, provides for each graph H of this list an approximation to the number of induced copies of H in G with total error small. This algorithm has running time $O(n^2 M(n))$, where $M(n)$ is the time needed to square a n by n matrix with $0,1$-entries over the integers. The main tool in designing this algorithm is a variant of the Regularity Lemma of Szemerédi.

*Universität Dortmund, FB Informatik, LS II, D-44221 Dortmund, Germany.

Die Turán-Funktion für Hypergraphen

Ulrich MATTHIAS

Im Jahre 1941 bewies Turán den folgenden Satz:

Unter den Graphen G der Ordnung n, die keinen vollständigen Graphen K_r *als Teilgraphen enthalten, gibt es genau einen mit maximaler Größe, und zwar den* $T_{r-1}(n)$*, den vollständigen (r-1)-partiten Graphen der Ordnung n, dessen Eckenklassen so gleich wie möglich sind.*

Wir betrachten nun das entsprechende Problem für uniforme Hypergraphen vom Grad k und fragen: Wie groß ist $ex(n, K_r^{(k)})$, die maximale Größe eines k-Graphen der Ordnung n, der keinen $K_r^{(k)}$ enthält?

Über diese Funktion ist für $k \geq 3$ und allgemeines n nur sehr wenig bekannt. Katona, Nemetz und Simonovits haben gezeigt, daß für jeden "verbotenen" k-Graphen H die Funktion $\frac{ex(n,H)}{\binom{n}{k}}$ in n monoton fällt; folglich existiert auch der Grenzwert $\gamma(r,k) := \lim_{n\to\infty} \frac{ex(n, K_r^{(k)})}{\binom{n}{k}}$.

Konstruktionen von Turán und de Caen liefern für ganzzahliges (r-1)/(k-1) bzw. für k=3 die untere Schranke $\gamma(r,k) \geq 1 - \frac{1}{\left(\frac{r-1}{k-1}\right)^{k-1}}$, die als scharf vermutet wird. Die beste allgemeine obere Schranke stammt ebenfalls von de Caen (1983): $\gamma(r,k) \leq 1 - \frac{1}{\binom{r-1}{k-1}}$.

Diese Schranke ist nach dem Satz von Turán für n=2 scharf; für $k \geq 3$ wurden bislang nur für den Fall r = k+1 schärfere Schranken veröffentlicht (Giraud 1987, de Caen 1988). Wir liefern eine Reihe von Verbesserungen dieser Abschätzung im Fall $r \neq k+1$.

Wieviel Struktur koennen zwei verschiedene projektive Ebenen derselben Ordnung gemeinsam haben.

KLAUS METSCH

UNIVERSITÄT GIESSEN

Abstract: Die desarguesche Ebene der Ordnung q^2 und die Hallebene der Ordnung q^2, q eine Primzahlpotenz, koennen so auf derselben Punktmenge definiert werden, dass sie alle bis auf $q^2(q+1)$ Geraden gemeinsam haben. In diesem Sinne haben die beiden Ebenen sehr viel Struktur gemeinsam. In dem Vortrag wird untersucht, ob dieses Beispiel optimal ist.

Subpath acyclic digraphs

Henry Martyn Mulder
Econometrisch Instituut
Erasmus Universiteit
Postbus 1738
NL–3000 DR Rotterdam
Niederlände

Let $\mathcal{B}$ be a family of subsets of a set X. The *intersection graph* of $\mathcal{B}$ has $\mathcal{B}$ as its vertex–set, and two vertices A and B are adjacent whenever they have a nonempty intersection. Prime examples are the *interval graphs*, being the intersection graphs of families of intervals on the real line, and the *chordal graphs*, being the intersection graphs of families of subtrees of some tree. Recently directed intersection graphs were introduced as well. Instead of one subset for a vertex, one can take an ordered pair (A_1,A_2) of subsets, where there is an arc from (A_1,A_2) to (B_1,B_2) if A_1 and B_2 intersect.

Here we consider a model proposed by F.R. McMorris: let $S_1,S_2,\ldots,S_n$ be subsets in some partially ordered set $(X,\le)$ such that each set S_i has a distinct infimum $inf(S_i)$; there is an arc from S_i to S_j if these sets intersect and $inf(S_i) < inf(S_j)$. The digraphs thus arising are, of course, acyclic. Harary, Kabell and McMorris characterized the intersection digraphs of rooted subtrees in a rooted tree as well as those of intervals with distinct left end points in $(\mathbb{R},\le)$ by forbidden induced subdigraphs. Unfortunately, the list for the latter digraphs turned out to be incomplete. In this paper we characterize the intersection digraphs of rooted paths in a rooted tree and obtain, as a corollary, the complete list for the interval case.

This paper is joint work with F.R. McMorris (Louisville, Kentucky).

Elementary proofs of Grünbaum's and McBeath's Theorem

R. NEDELA (BANSKÁ BYSTRICA, SLOVAKIA)

Lutz Neumann
TU Dresden
Abt. Mathematik / Inst. f. Algebra
Mommsenstrasse 13
01062 Dresden

Einzig-3-färbbare Graphen

Bei der Betrachtung kantengefärbter Graphen ist unter anderem auch die Charakterisierung aller einzig-k-färbbarer Graphen von Interesse. Für $k \neq 3$ ist diese Aufgabe bereits gelöst, für $k = 3$ ist man jedoch von einer Lösung noch weit entfernt.
Ein schlichter ungerichteter Graph heißt kubisch, wenn er Regularitätsgrad $d_X(G) = 3$ besitzt. Ein kubischer Graph, der durch das Löschen von weniger als vier Kanten nicht in zwei je einen Kreis enthaltende Komponenten zerfällt, heißt zyklisch-4-zusammenhängend. Bosák [1] hat gezeigt, daß man sich bei der Charakterisierung aller einzig-3-färbbaren Graphen auf die zyklisch-4-zusammenhängenden kubischen Graphen beschränken kann, da jeder einzig-3-färbbare Graph einen solchen Graphen als Untergraphen enthält. Bisher sind zwei zyklisch-4-zusammenhängende einzig-3-färbbare Graphen bekannt, nämlich der K_4 als planarer Graph und der verallgemeinerte Petersensche Graph P(9,2), der nichtplanar ist.
Da sich die Vermutung von Greenwell/Kronk [2], daß jeder kubische Graph mit genau drei Hamiltonkreisen einzig-3-färbbar ist, nicht bestätigt hat, kann dies keine charakterisierende Struktureigenschaft für die Einzig-3-färbbarkeit eines Graphen sein. Bei der Suche nach einer solchen Eigenschaft wird für einige spezielle Graphenklassen die Charakterisierung der in ihr enthaltenen einzig-3-färbbaren Graphen vorgenommen. Aus diesen Ergebnissen werden dann einige Verallgemeinerungen für die Struktur einzig-3-färbbarer Graphen gezogen und eventuell mögliche neue Lösungsansätze vorgestellt.

Literatur

[1] Bosák, J., Uniquely Edge Colourable Graphs, Math. Slovaca 34, 1984, No.2, 205-216
[2] Greenwell D. L., Kronk H. V., Uniquely Line Colorable Graphs, Canad. Math. Bull. 16 (4), 1973

Translationen lokalfiniter Graphen

Peter Niemeyer, TU-Berlin

Ein Automorphismus σ eines unendlichen zusammenhängenden Graphen X heißt *Translation*, falls $\sigma(H) \neq H$ für jede nichtleere endliche Eckenmenge H gilt. Ist σ eine Translation und D ein 2-Weg (zweiseitig unendlicher Weg), so heißt D *σ-wesentlich*, falls $\sigma^n(D) = D$ für ein $n \neq 0$ gilt. R. Halin zeigte, daß es zu jeder Translation eines lokalfiniten Graphen wesentliche 2-Wege gibt.

Ein 2-Weg D aus X heißt *metrisch*, falls es eine natürliche Zahl K gibt, so daß für beliebige Ecken v und w von D gilt: $d_D(v,w) \leq K\, d_X(v,w)$. Ist diese Gleichung schon für $K = 1$ erfüllt, so nennt man D *geodätisch.*

Im Vortrag werden die Translationen lokalfiniter Graphen charakterisiert, deren wesentlichen 2-Wege metrisch sind. Als Verallgemeinerung eines Resultates von N. Polat und M.E. Watkins werden schließlich die lokalfiniten Graphen beschrieben, zu denen es geodätische wesentliche 2-Wege gibt.

Exponential generating functions — a solution concept for linear Difference- and Differential-equations

Walter Oberschelp (RWTH Aachen)

Given a sequence $\{f_n\}$ of numbers with a combinatorial interpretation, the general problem of counting-combinatorics is to give an analytic formula für $\{f_n\}$ or to find an appropriate generating function for this sequence. In similar contexts, we have e.g. the interpolation problem of numerical analysis, the solution concept of the theory of finite differences, the reconstruction problem of signal theory and the characterization problem for probability distributions by their generating functions. In a certain contrast to Rota's well known characterization of generating functions by their underlying incidence structure, we use exponential generating functions (EGF) as a distinguished type of GF using their shift-reproduction-property in derivation. We assume that $\{f_n\}$ is defined by a linear difference equation (DCEQ)

$$a_m f_n + a_{m-1} f_{n-1} + \cdots + a_1 f_{n-m+1} + a_0 f_{n-m} = b_n$$

where the a_k are polynomials in n. We establish a formal bijection between those DCEQ and similar looking linear differential equations (DTEQ).

Our first theorem states that both types of equations are solved by the same EGF $f(z) = \sum f_n \frac{z^n}{n!}$. This theorem can be extended to sequences going backwards also to $-\infty$ and to meromorphic functions $f(z)$, which are convergent in a ring around $z = 0$. The extension uses the Roman-generalization for factorials of negative numbers and a careful analysis of the initial conditions near $n = 0$.

Thus, for solving equations in this context, only knowledge of one of the theories, DCEQ or DTEQ, is required. As example, we can easily characterize those (second order) DTEQ, which have polynomial solutions. Special cases are the classical orthogonal polynomials (Jacobi, Legendre, Laguerre, Hemite, etc.).

In the special case of constant coefficients a_k we get numerical simplifications compared to the solution techniques using ordinary power series. Thus we find an explicit solution formula for DTEQ with a polynomial inhomogeneous part by inverting an upper triangular Toeplitz matrix; here the well known (partial ordinary) Bell polynomials are involved.

A second theorem establishes the connection to ordinary generating fuctions (OGF). We prove that (in case of convergence) the OGF $F(z) = \sum f_n z^n$ is essentially given by the Laplace transform of the EGF. More exactly, this connection relates to the so called z-transform of the sequence $\{f_n\}$, which is used (instead of the OGF) in signal theory:

$$\mathcal{L}\big(f(z)\big) = \frac{1}{z} F\left(\frac{1}{z}\right).$$

Thus, after a simple substitution, we can determine the EGF from the OGF by the inverse Laplace transform; and vice versa!

There are nice examples: The EGF of the Catalan sequence or of Eulers central binomial numbers point into the direction of hypergeometric series and Bessel functions. This connection between EGF and OGF also sheds light on the methods to solve a DTEQ by using the Laplace transform.

Finally, we want to point out that our connection between linear DCEQ and DTEQ is an important link between discrete and continous mathematics. Here the rôle of the Stirling numbers is fundamental: Starting with Newton series, we comment on the general interpolation and reconstruction problem, the solution of which is restricted by the sampling theorem of signal theory. The convergence problems with Dirac's delta function, which are neglected by the signal theorists and more or less ignored (or pushed to the theory of distribution) in the mathematical theory of Laplace transform can be circumvented. At this point we see some connections to the theory of wavelet interpolation, which also sets out to solve interpolation problems in a more general way, as it is usually done by the classical Fourier transform techniques.

Die Multiplicities einiger kleiner Hypergraphen

Dieter Olpp

Braunschweig

Sei H ein k-uniformer Hypergraph und n eine natürliche Zahl. Dann wird die minimale Anzahl von einfarbigen Teilhypergraphen H in einer beliebigen Zweifärbung der Hyperkanten des vollständigen k-uniformen Hypergraphen K_n^k als die Multiplicity $M(H;n)$ bezeichnet.

Die Ramsey-Zahl $r(H)$ ist dann die kleinste natürliche Zahl n, für die $M(H;n)$ positiv ist.

Selbst im Fall $k = 2$ ist nur für wenige nicht-triviale Graphen G die Multiplicity $M(G;n)$ für alle n bekannt: Es sind dies der vollständige Graph K_3, die Sterne $K_{1,m}$ und der Weg P_4.

In diesen drei Fällen ist es möglich, für bestimmte 3-uniforme Hypergraphen H die Multiplicity $M(H;n)$ auf die Multiplicity $M(G;n)$ des jeweiligen Graphen G zurückzuführen. Dabei besitzt H jeweils einen bzw. zwei Knoten, die mit allen Hyperkanten inzidieren. Im Fall $G = K_3$ etwa ist H der 3-uniforme Hypergraph mit vier Knoten und drei Hyperkanten.

Triangle-free Planar Graphs Are Planar Hasse Diagrams

Jiří Otta

Dept. of Aplied Mathematics,

KAM MFF, Charles University,

Malostranské nám. 25, 118 00 Praha 1, Czech Republic

October 25, 1993

A graph $G = (V, E)$ is a *covering graph* if there is a poset $P = (V, \leq)$ for which $\{x, y\} \in E$ iff $x < y$ and $x < z < y$ for no z. The *Hasse diagram* (or simply *diagram*) $H = (V, A)$ is the orientation of covering graph G, and this orientation is given by any ordering of poset, which produce covering relation of G.

For the planar graphs the following wellknown theorem holds.

Theorem 1 *Every triangle-free planar graph G is a covering graph.*

Embedding of any diagram $H = (V, A)$, which is produced by partially ordering of P in the plane, is an embedding of the underlying covering graph in such a way that, whenever $x > y$ in P, the y-coordinate of x is larger then the y-coordinate of y, and all edges are monotonic with respect to the y-coordinate. Embedding of the diagram H is *planar* if it is without edge crossing. A diagram is planar, if it has a planar embedding.

The following is main theorem.

Theorem 2 *Let $G = (V, E)$ be a triangle-free planar graph and b its planar embedding. Then there exists a Hasse orientation of G which produces diagram $H = (V, A)$ such that $\vec{H}$ has planar embedding topologically equivalent to b.*

Proof: This is sketch of the proof: At first we show that to every triangle-free planar graph we can add new edges to obtain triangle-free planar graph, in which the boundary of every face is four-cycle or five-cycle. Then we can prove the theorem only for such graphs.

The proof proceeds by induction on the number of interior vertices. If there is no interior vertex, then the theorem is trivial.

For n interior vertices there are two cases.

1. There is an interior face of size four. Then we can contract one nonedge in this face and we get triangle-free planar graph. This graph has planar orientation. We do uncontraction and draw the new vertex close to the old one. We obtain planar Hasse orientation.

2. There is no interior face of size four. Then we can contract one interior edge and we get triangle-free planar graph. This graph has planar orientation. We do uncontraction and draw the new vertex close to the old one and orient the new edge up. We obtain planar Hasse orientation.

□

Characterising Graph Drawing with Eigenvectors

Tomaž Pisanski
Dept of Theoretical Comp Sci, IMFM, University of Ljubljana, Slovenia
email: tomaz.pisanski@uni-lj.si

John Shawe-Taylor
Dept of Comp Sci, Royal Holloway, University of London, England
email: john@dcs.rhbnc.ac.uk

Introduction

We consider the problem of embedding a graph on n vertices in Euclidean space $\mathcal{R}^k$, for $k < n$. Typically k would be 3 or 2. By posing the problem as minimising the squared norm of the appropriately weighted distance between adjacent points subject to natural normalising conditions we arrive at a formulation of the problem for which the optimal solution can be simply computed in terms of the eigenvectors of the Laplacian matrix of the (weighted) graph. For the case where the weights are chosen to be unity the solution is independent of the uniform penalty given to non-adjacent vertices. In this case and for regular graphs the technique has been applied by Pisanski [4], who demonstrated that the generated drawings are particularly pleasing in the case of Fullerene graphs arising in chemistry. The idea of using eigenvectors for drawing graphs was used first in chemical setting for molecular orbitals; see [3].

For distance-regular graphs with a second eigenvalue of multiplicity at least k the embedding has particularly pleasing properties; see Godsil [2].

The Laplacian matrix has been used in graph embedding before in Tutte's straight line embedding of planar graphs [5, 6]. The approach presented here is related but corresponds to solving the equation without boundary conditions. The characterisation in terms of minimising the sum of distances between vertices is also appropriate in Tutte's case but subject to the chosen cycle being fixed at the boundary.

Summary of Results

Let $A(G) = (a_{uv})$ be the adjacency matrix of a simple (positively weighted) graph G with no loops. Let the diagonal matrix D be given by

$$D_{vv} = d(v) = \sum_{(u,v)\in E(G)} a_{uv},$$

the degree of vertex v. The Laplacian matrix is defined to be $Q(G) = D - A(G)$.

We summarise a few known results involving the Laplacian matrix. We will number the eigenvalues of $Q(G)$ given in ascending order: $0 = \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \ldots \leq$

λ_n, with corresponding eigenvalues $\mathbf{j} = \mathbf{e}^1, \mathbf{e}^2, \ldots, \mathbf{e}^n$, where $\mathbf{j}$ is the all one vector, while $0 < \lambda_2$ if the graph is connected.

We pose the problem of embedding the graph G as finding a mapping

$$\mathbf{x} : V(G) \longrightarrow \mathcal{R}^k.$$

We will denote by $\mathbf{x}_i$ the n-dimensional vector formed by taking the i-th coordinate of $\mathbf{x}(u)$ for all $u \in VG$. We require these vectors to have average entry 0 in order that the centre of gravity of the graph is at the origin. Further we require the vectors to be normalised and orthogonal. This requirement implies that the embedding retains maximum information about the graph. This is illustrated by considering taking two of the vectors to be equal, i.e. maximally correlated. In this case we have effectively reduced the dimension of the representation by one. Subject to the above constraints the following sum is minimised

$$\sum_{(u,v)\in EG} a_{uv} \|\mathbf{x}(u) - \mathbf{x}(v)\|_2^2 - \beta \sum_{(u,v)\notin EG} \|\mathbf{x}(u) - \mathbf{x}(v)\|_2^2.$$

The justification for this sum is simple. We require adjacent vertices to be close together possibly with different weightings (e.g. for different chemical bond types), and require non-adjacent vertices to be far apart.

Proposition 1 *The above embedding problem is solved by taking the weighted graph with adjacency matrix*

$$A_{uv} = \begin{cases} (a_{uv} + \beta) & \text{if } (u,v) \in EG \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

and computing the eigenvectors $\mathbf{e}^2, \ldots, \mathbf{e}^{k+1}$ *of the corresponding Laplacian matrix. An optimal embedding* $\mathbf{x}$ *is given by* $\mathbf{x}_i = \mathbf{e}^{i+1}$. *If* $\lambda_{k+1} < \lambda_{k+2}$ *then the optimal embedding is unique up to orthogonal transformations in* $\mathcal{R}^k$.

Corollary 2 *In the case where the graph is not weighted (i.e.* $a_{uv} \in \{0,1\}$*), the optimal embedding does not depend on the parameter* β.

3 Conclusions

In our requirements on the embedding we are forcing the graph to "look spherical". For graphs with natural excentrical shape our method does not give natural pictures. This problem may also explain why occasionally a better image is created by taking the 2nd, 4th and 5th eigenvectors, [3], [4], rather than the three eigenvectors corresponding to the three smallest non-zero eigenvalues.

We have not considered the case where edges are allowed to have negative weights. We have seen, however, that adding multiples of the matrix $J - I$ does not affect the eigenvectors of the Laplacian matrix, though corresponding eigenvalues are increased. Hence we can add a multiple of $J - I$ to a graph with negative weights in order to create one with only positive ones. This will shift the energy function by a fixed amount and so the optimal embeddings of the two graphs will coincide, though the minimal value of the energy function will of course change. Hence the procedure can also be used to find optimal embeddings of graphs with negative weights as might occur in chemical bonds with different repelling strengths.

It is not clear how the results might be generalised if the norms used are altered, either in the energy function of the accompanying constraints on the vectors r_i. It may well be that in this case the approach taken in this paper is not applicable and a more standard method of energy minimisation must be applied.

References

[1] B. Becker and G. Hotz, On The Optimal Layout of Planar Graphs with Fixed Boundary, *SIAM J. Computing* **16**, (1987) 946-972.

[2] C.D. Godsil, Algebraic Combinatorics, Chapman and Hall, 1993.

[3] D.E. Manolopoulos, P.W. Fowler, Molecular graphs, point groups, and fullerenes, *J. Chem. Phys.* **96** (1992) 7603–7614.

[4] T. Pisanski, Recognizing Symmetric Graphs, presented at Graph Drawing '93. Sèvres, France, September 26-29, 1993.

[5] W.T. Tutte, Convex representations of graphs, *Proc. London Math. Soc.,* **10** (1960) 304–320.

[6] W.T. Tutte, How to draw a graph, *Proc. London Math. Soc.,* **13** (1963) 743–768.

Optimale Graphen für Kommunikationsnetze

Werner Poguntke, FernUniversität,
Fachgebiet Kommunikationssysteme, D-58084 Hagen

Ein Kommunikationsnetz mit mehreren Stationen und Verbindungsleitungen kann durch einen ungerichteten Graphen modelliert werden. Welche Graphen sind hierfür am besten geeignet?

Die Antwort hängt selbstverständlich ab von den verwendeten Netzprotokollen, also Fragen der Art "Wie wird festgelegt, welche Wege zwischen jeweils zwei Stationen benutzt werden?" oder "Wie wird auf Kantenausfälle reagiert?". Ferner muß aus verschiedenen möglichen Gütekriterien (wie etwa hohe Zuverlässigkeit, kurze Weglängen etc.) ein Optimalitätskriterium gebildet werden.

Für Netze mit festen Routing-Tabellen werden einige neuere Ergebnisse zum Zusammenspiel verschiedener Kriterien präsentiert und offene Probleme aufgezeigt.

A new class of symmetric designs

Alexander Pott

(joint with D. Jungnickel)

We construct new symmetric (v, k, λ)-designs with parameters

$$v = p^s \cdot \tfrac{q^{2m}-1}{q-1}$$

$$k = p^{s-1} \cdot q^{2m-1}$$

$$\lambda = p^{s-1} \cdot q^{2m-2} \cdot \tfrac{p^{s-1}-1}{p-1}$$

where p is a prime and q a prime power which satisfy

$$q = \frac{p^s - 1}{p - 1}.$$

The orders n of these designs are

$$n = p^{2s-2} \cdot q^{2m-2}.$$

This result generalizes constructions due to Spence, Tonchev and vanTrung.

Radius versus Diameter in Cocomparability and Intersection Graphs

ERICH PRISNER

Mathematisches Seminar
Universität Hamburg

The *distance* $d_G(x, y)$ between two vertices x and y of a finite, connected graph G is the length of a shortest x-y path. The *eccentricity* $ecc_G(v)$ of a vertex v is the maximum of all the numbers $d_G(u, v)$. The minimum eccentricity appearing in such a graph G is called the *radius* $r(G)$, and the maximum of the eccentricities the *diameter* $\mathrm{diam}(G)$.

Whereas in general graphs the only connection between radius and diameter can be expressed by the inequality $r(G) \leq \mathrm{diam}(G) \leq 2r(G)$, in this paper it is shown that much sharper inequalities of type $2r(G) - a \leq \mathrm{diam}(G)$ are valid inside the classes of cocomparability graphs[1], trapezoid graphs[2], and interval graphs[3], with constants $a = 3, 2, 1$. For circular-arc graphs[4] and proper circular-arc graphs[5] that are no interval graphs, we obtain $\mathrm{diam}(G) - b \leq r(G)$ with constants $b = 2, 1$.

[1]The *cocomparability graph* of some poset $P = (V, <)$ has V as vertex set, and two distinct vertices are adjacent whenever they are not comparable in P.

[2]cocomparability graphs of posets of interval dimension at most 2.

[3]intersection graphs of families of intervals of the real line, or equivalently, cocomparability graphs of interval orders

[4]intersection graphs of families of connected subsets of the unit circle

[5]A circular-arc graph is *proper* if there is such a representation where none of these

Linear Extensions of Ordered Sets and Convexity

Klaus Reuter

Mathematisches Seminar, Universität Hamburg,
Bundesstraße 55, 20146 Hamburg

Abstract: Linear extensions of ordered sets play a prominent role in the theory of ordered sets and its applications (topological sorting in computer science, machine scheduling in operations research, etc.). The linear extensions of ordered sets with n elements are coatoms in the lattice (added a top element) of all extensions of an n-element set. Our aim is to consider this lattice as a geometrical closure system on these coatoms. In fact, it turns out that ordered sets can be considered as convex subsets of the well known permutahedron (graph). We are going to describe this relationship, to discuss sepera-tion properties of this abstract convexity, and to introduce new order theoretical parameters like helly and carathéodory numbers.

Spezielle Numerierungen in Hypergraphen

Günter Schaar, Freiberg/Sa.

Ein Hypergraph $H = (V, E, I)$ mit Knotenmenge V, Kantenmenge E und Inzidenzrelation $I \subseteq V \times E$ soll die Eigenschaft (E_0) besitzen gdw. H endlich (d.h. V, E sind endlich), ohne freie Kanten (d.h. $e(H) := \{x \in V : (x, e) \in I\} \neq \emptyset$ für alle $e \in E$) und ohne Mehrfachkanten (d.h. zu verschiedenen Kanten $e \in E$ gehören verschiedene Knotenteilmengen $e(H)$) ist. Der duale Hypergraph $H^d := (E, V, I^{-1})$ besitzt dann die duale Eigenschaft.

Für eine Teilmenge Z von (reellen) Zahlen werde eine Abbildung $f : V \ni x \mapsto f(x) \in Z$ eine Z-Knotenbewertung von H genannt; Dualisieren liefert den Begriff Z-Kantenbewertung von H. Sei $e(H)$ endlich für alle $e \in E$; dann soll eine injektive Z-Knotenbewertung f von H, für die

$$f^* : E \ni e \mapsto f^*(e) := \sum_{x \in e(H)} f(x)$$

eine injektive Z-Kantenbewertung von H ist, im Falle $Z = \{\frac{1}{n} : n = 2, 3, \ldots\}$ eine *ägyptische*, im Falle $Z = \{1, 2, \ldots\}$ und $f(V) = \{1, \ldots, |V|\}$ eine *antimagische* Knotennumerierung von H heißen. Es wird gezeigt:

1. Jeder Hypergraph H mit (E_0) besitzt eine ägyptische Knotennumerierung. Durch Dualisieren folgt hieraus im Spezialfall von Graphen das Ergebnis von Bodendiek über ägyptische Kantennumerierungen.

2. Zu jedem $r \geq 3$ und jedem $n \geq r + 1$ existiert ein zusammenhängender, r-regulärer (d.h. $|\{e \in E : (x, e) \in I\}| = r$ für alle $x \in V$) Hypergraph H mit n Knoten und Eigenschaft (E_0), der keine antimagische Knotennumerierung besitzt. Der Fall $r = 2$ und damit das entsprechende duale Problem der antimagischen Kantennumerierung von zusammenhängenden endlichen schlichten Graphen bleibt offen.

On path-tough graphs

Peter Dankelmann
University of Natal
Durban, South Africa

Thomas Niessen
Lehrstuhl II für Mathematik
RWTH Aachen

* Ingo Schiermeyer
Lehrstuhl C für Mathematik
RWTH Aachen

Abstract

A graph G is called *path-tough*, if for each nonempty set S of vertices the graph $G - S$ can be covered by at most $|S|$ vertex disjoint paths. We prove that every graph of order n and minimum degree at least $\frac{3}{6+\sqrt{3}}n$ is hamiltonian if and only if it is path-tough. Similar results involving the degree sum of two ($\frac{4}{5}(n-1)$) or three ($\frac{9+\sqrt{3}}{6+\sqrt{3}}n$) independent vertices are given, respectively.

References

[1] P. Dankelmann, T. Niessen and I. Schiermeyer, *On path-tough graphs*, Preprint 1992, to appear in SIAM Journal on Discrete Mathematics.

Simpliziale 3–Sphären mit isomorphen Eckenfiguren

Peter Schuchert, Technische Hochschule Darmstadt

Die Klassifikation aller kombinatorischen Typen von konvexen Polytopen hat eine lange Tradition : Welche $(d-1)$–Sphären sind d–Polytope ?

Eine Betrachtung von Teilaspekten führt auf folgendes

Problem : Existiert eine unendliche Klasse von nicht-polytopalen Matroid-Polytopen im Rang $d > 4$ mit der Eigenschaft, daß alle Deletionen an einer Ecke polytopal sind ?

Um neue Matroid-Polytope zu finden, betrachten wir simpliziale 3–Sphären mit isomorphen Eckenfiguren (polare : tilings der 3–Sphäre).
Neben den zwei bekannten simplizialen minorminimalen Matroid-Polytopen im Rang 5 mit 9 bzw. 10 Ecken, gibt es *genau ein* weiteres simpliziales, nicht-polytopales (minorminimales) Matroid-Polytop mit 10 Ecken.

Es gibt einfache kombinatorische Beschreibungen für die Seitenverbände von unendlichen Klassen von 4–Polytopen. Eine symmetrische Koordinatisierung dieser Polytope ist von Smilansky angegeben worden.

Wir erwähnen noch ein anderes Ergebnis zur Struktur von Matroid-Polytopen : Zu einem Matroid-Polytop im Rang 5 existiert nicht notwendigerweise ein polares Matroid-Polytop.

Literatur :

J.Bokowski und P.Schuchert : Equifacetted 3–spheres as topes of non-polytopal matroid polytopes, in Vorbereitung, Darmstadt, 1993.
J.Bokowski und P.Schuchert : Altshuler's sphere M^9_{963} revisited, Preprint 1578, TH Darmstadt, 1993.
Z.Smilansky : Bi-cyclic polytopes, Isr. J. Math 70:82–92, 1990.

Prüfzeichen aus Paaren orthogonaler Lateinischer Quadrate

Ralph-Hardo Schulz, FU Berlin

Wir behandeln Prüfzeichenverfahren, die Doppelfehler erkennen können. Dazu definieren wir auf einer endlichen abelschen Gruppe $(G,+)$ mittels eines Elementes $\alpha \in \mathrm{Aut}\, G$ eine Operation $*$ durch $g * h = \alpha(g) + h$ und ordnen $g_1 \dots g_n \in G^n$ Prüfzeichen g_{n+1}, g_{n+2} derart zu, daß gilt

(1) $g_{n+1} = g_1 + \dots + g_n$ und (2) $g_{n+2} = (\dots(g_1 * g_2) * g_3 \dots) * g_n$.

Das so erhaltene Prüfzeichensystem ist 2-fehler-erkennend g.d.w. $\alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{n-1}$ fixpunktfrei auf G operieren (und damit zu paarweise orthogonalen Lateinischen Quadraten gehören).

In Verallgemeinerung betrachtet man Systeme mit Prüfgleichungen $\sum_{k=1}^{n+1} \beta_k g_k = c_1$ und $\sum_{k=1}^{n+2} \gamma_k g_k = c_2$ mit $\beta_1, \dots, \beta_{n+1}, \gamma_1, \dots, \gamma_n, \gamma_{n+2} \in \mathrm{Aut}\, G$ und $\gamma_{n+1} \in \mathrm{Aut}\, G \cup \{0\}$.

Diese sind doppelfehler-erkennend (bzw. einzelfehler-korrigierend), falls $\beta_j^{-1}\beta_i\gamma_i^{-1}\gamma_j$ fixpunktfrei auf G operiert für alle i,j mit $i < j \leq n$ und im Falle $\gamma_{n+1} \neq 0$ auch für $i < j = n+1$.
Die Verfahren von SELMER (1964), LARSEN (1983) und STEVENS (1991) können dann ebenfalls als Spezialfälle aufgefaßt werden.

REGULAR EMBEDDINGS OF THE n-CUBE GRAPHS IN ORIENTABLE SURFACES

Martin Škoviera, Comenius University, Bratislava, Slovakia

A 2-cell embedding of a connected graph G in an orientable surface S is said to be *regular* or *symmetrical* if for any two edges uv and xy there exists an automorphism ϕ of the embedding such that $\phi(u) = x$ and $\phi(v) = y$. A regular embedding of G in S thus gives rise to a regular map on S and intuitively corresponds to the most symmetrical representation of G on a surface.

We shall show how for every solution t of the congruence

$$x^2 \equiv 1 \pmod n$$

one can construct a regular embedding $M(t)$ of the n-cube graph Q_n into some orientable surface, the embeddings $M(t)$ and $M(t')$ being isomorphic if and only if $t \equiv t' \pmod n$.

It seems plausible that every regular embedding of Q_n is one of $M(t)$.

The results have been obtained in a joint work with Roman Nedela.

Cubic Graphs with Nowhere-Zero 5-Flow

Eckhard Steffen
Fakultät für Mathematik, SFB 343
Postfach 100131
Universität Bielefeld
D-33501 Bielefeld, Germany

Abstract

A nowhere-zero 5-flow on a graph $G = (VG, EG)$ is a pair (D, ϕ) consisting of an orientation D on G and a function $\phi : EG \mapsto \{0, 1, 2, 3, 4\}$ such that

1. $\phi(e) \neq 0$ for each edge e in EG, and
2. for each vertex $v \in VG$ holds $\sum_{(uv) \in D} \phi(uv) - \sum_{(vu) \in D} \phi(vu) = 0$

In 1954 Tutte conjectured that every bridgeless graph has a nowhere 5-flow.

It is known that a minimal counterexample to Tutte's 5-flow conjecture is a simple, cubic, 3-edge connected graph of order > 28 and with girth ≥ 7. Furthermore it is not 3-edge colorable (i.e. it is a snark).

We specify two constructions for nowhere-zero 5-flows on cubic bridgeless graphs satisfying certain structural properties. This implies that a minimal counterexample to Tutte's 5-flow conjecture is of order ≥ 42.

(Pseudo)Geradenarrangements mit maximaler Anzahl von Dreiecken

Torsten-Karl Strempel Technische Hochschule Darmstadt

Inhalt :

Pseudogeradenarrangements sind ein Modell für orientierte Matroide. Die hier eingesetzten Methoden und die Ergebnisse sind daher im größeren Zusammenhang von Interesse.

Wir präsentieren eine Analyse von (Pseudo)geradenarrangments mit maximaler Anzahl von Dreiecken (p_3-maximal). Zum einen liefern wir eine Methode, die geeignet ist, die Existenz/Nichtexistenz eines p_3-maximalen Arrangements für eine gegebene Zahl n zu klären und bei Existenz auch die Eindeutigkeit nachzuweisen und zum andern wird die von Harborth gestellte Frage nach der Streckbarkeit des von ihm gefundenen p_3-maximalen Arrangements mit 28 Elementen beantwortet. Eine Analyse des ebenfalls von Harborth beschriebenen Algorithmus' zur rekursiven Konstruktion weiterer p_3-maximaler Arrangements zeigt, daß damit eine ganze Klasse p_3-maximaler Arrangements nicht streckbar ist. Ein Vergleich mit der von Roudneff beschriebenen Konstruktion zeigt, daß durch die Auszeichnung einzelner Pseudogeraden nichtisomorphe Nachkommen entstehen können und die Vererbung nichtrealisierbarer Minoren nicht gesichert ist.

Literatur :

- [1] H.Harborth, *Some simple arrangements of pseudolines with a maximum number of triangles* , Disc.Geom.Conv., N.Y.Acad.Sc., Vol.440, (1985), 30–31
- [2] J.Bokowski, T.-K.Strempel, *On simple pseudoline arrangements of Harborth* , Technische Hoschschule Darmstadt, Manuscript

RANK OF SET INTERSECTION MATRICES AND COMMUNICATION COMPLEXITY

ULRICH TAMM
Fakultät Mathematik
SFB 343
Universität Bielefeld
Postfach 100131
33501 Bielefeld

The *set-intersection function* $s_n : \{0,1\}^n \times \{0,1\}^n \to \{0,\cdots,n\}$ gives the cardinality of the intersection of two sets represented by the Boolean vectors $x^n = (x_1,\cdots,x_n)$ and $y^n = (y_1,\cdots,y_n)$. Hence

$$s_n(x^n, y^n) = |\{i : x_i = y_i = 1\}|$$

The *communication complexity* $C(s_n)$ of the set-intersection function is the number of bits that two persons have to exchange such that finally both persons know the result $s_n(x^n, y^n)$, when initially each person knows one of the sets x^n and y^n, respectively.
We shall determine $C(s_n)$ up to one bit. An upper bound is obtained via the following so-called *trivial protocol*: The first processor transmits all the n bits of its input x^n, the second processor then is able to compute the function value and returns the result $s_n(x^n, y^n)$ which requires $\lceil log(n+1)\rceil$ bits. Hence

$$C(s_n) \le n + \lceil log_2(n+1)\rceil.$$

It will be shown that

$$C(s_n) \ge n + \lceil log_2(n+1)\rceil - 1$$

using the following lower bound due to Mehlhorn and Schmidt.

$$C(s_n) \ge \lceil log_2(\sum_{k=0}^{n} rank(M_k(s_n)))\rceil$$

where the *set-intersection matrices*

$$M_k(s_n) := (a_{x^n,y^n})_{x^n,y^n \in \{0,1\}^n}$$

are defined by

$$a_{x^n,y^n} = \begin{cases} 1 \text{ , if } s_n(x^n,y^n) = k \\ 0 \text{ , if } s_n(x^n,y^n) \ne k \end{cases} .$$

The rank will be determined for the bigger class of matrices

$$M_{k,t}(s_n) := \sum_{j=0}^{t} (-1)^j \cdot \binom{t}{j} \cdot M_{k-j}(s_n).$$

These matrices have a recursive block structure, which allows to calculate the rank inductively. Central in the proof is the factorization of the matrix $M_{k,t}(s_n)$ into a product of a lower and an upper triangular matrix.

Punktemengen mit verschiedenen Abständen

Hanno Lefmann, Torsten Thiele

Gegeben sei eine Menge P von n Punkten in der Ebene, die die Abstände $d_1, d_2, \ldots, d_t$ definiert, wobei der Abstand d_i mit der Vielfachheit m_i auftritt. Wir definieren $q(P) = \sum_{i=1}^{t} {m_i}^2$ und $q(n) = \max\limits_{|P|=n} q(P)$.

Satz. $n^3 \log n \ll q(n) \ll n^{3.25}$.

Die Situation ändert sich, wenn wir Punktemengen in allgemeiner Lage betrachten. Sei $q_a(n) = \max\limits_{|P|=n} q(P)$, wobei wir nur Punktemengen in allgemeiner Lage betrachten.

Satz. $q_a(n) = \Theta(n^3)$.

Der Spezialfall, wenn sich die Punkte in konvexer Lage befinden, beweist eine Vermutung von Erdös und Fishburn.

Diese Ergebnisse wenden wir auf folgendes Auswahlproblem an. Für eine Punktemenge P sei $f(P)$ die maximale Mächtigkeit einer Teilmenge $T \subset P$, die nur verschiedene Abstände definiert, $f(n) = \min\limits_{|P|=n} f(P)$, $f_a(n)$ entsprechend für Punkte in allgemeiner Lage und $g(n)$ für die Punkte des $\sqrt{n} \times \sqrt{n}$-Gitters.

Satz. $f(n) \geq c_1\, n^{1/4}$.

Satz. $f_a(n) \geq c_2\, n^{1/3}$.

Satz. $g(n) \geq c_3\, n^{1/3}$.

Der letzte Satz verbessert die Schranke $g(n) \geq n^{1/3-\epsilon}$ von Erdős und Guy.

Drawings of graphs in the plane

C. THOMASSEN, LYNGBY (COPENHAGEN), DENMARK

A fundamental result on graphs, found by K. WAGNER in 1936 and rediscovered by I. FARY in 1948, says that every planar graph can be redrawn such that all edges are straight line segments. We shall survey some extensions, applications, and related results such as convex representations, rectangular representations, simultaneous straight line representations of a planar graph and its dual, RINGEL'S equiareal conjecture, and straight line intersection graphs. We also discuss problems and recent progress on graph drawings with as few edge crossings as possible.

THE BRIDGE BETWEEN COMBINATORICS AND LOGIC I/II

WALTER A. DEUBER
WOLFGANG THUMSER

Abstract

Mathematicians understand to a certain extent how to find unprovable theorems and how to prove their unprovability within a formal system. In that sense we are relying on the classical work by Gentzen [Ge 36], Kreisel [Kr 52] and Wainer [Wa 72]. Moreover we shall apply their beautiful ideas to something which seems to be well understood, viz. to well quasi orderings. Leeb was one of the first dealing with structural problems of *wqo's*, which are related to these talks [Le 73]. Beautiful ideas of P. Erdős are valuable for the analysis of such phenomena occuring in all well quasi orders.

We are interested in first order statements $\forall x \exists y A(x,y)$ in the language of Peano arithmetic where A is primitive recursive. Let $g(x)$ be the smallest y satisfying $A(x,y)$. We would like to answer the question of whether g is defined for every x. Let us anticipate the answer, which has been known for a long time: If g grows fast enough then the statement "g is defined everywhere" is not provable within Peano arithmetic.

In order to specify growth rates in complexity theory, we define a hierarchy of reference functions. There are various hierarchies available and depending on the combinatorial problems and personal taste one can make a choice. Here we concentrate on the Wainer-Grzegorczyk hierarchy, cf. [Wa 72], [Gr53] and show how to estimate certain combinatorial functions within that framework.

References

[Ge 36] Gentzen, G., Die Widerspruchsfreiheit der reinen Zahlentheorie, Mathematische Annalen 112, (1936), 493-565.

[Gr 53] Grzegorczyk, A., Some classes of recursive functions. (1953), Rozprawy matematiczne no. 4, Instytut Matematyczny Polskiej Akademie Nauk, Warsaw.

[Kr 72] Kruskal, J.B., The Theory of Well-Quasi-Ordering: A Frequently Discovered Concept, Journal of Combinatorial Theory (A) 13, (1972), 297-305.

[Le 73] Leeb, Klaus, Vorlesungen "uber Pascaltheorie, Arbeitsbericht des Instituts f"ur mathematische Maschinen und Datenverarbeitung, Friedrich Alexander Universit"at Erlangen N"urnberg, Bd. 6 Nr. 7 (1973).

[Wa 72] Wainer, S.S., Ordinal recursion and a refinement of the extended Grzegorczyk hierarchy. Journal of Symbolic Logic, 37, 136-153.

SOME EXISTENCE THEOREMS FOR t-DESIGNS

Tran van Trung

Institute for Experimental Mathematics, University of Essen,

Ellernstrasse 29, 45326 Essen, Germany

Abstract

We investigate conditions on the parameters of a simple t-design that guarantee the existence of another t-design whose block intersection numbers meet certain criteria. Applying the results, we have discovered new infinite families of $5-(v,k,\lambda)$ designs in which any two distinct blocks intersect in less than $k-1$ points, e.g., for $n \geq 6$ there is a

$$5-(2^n+4, 2^{n-1}+2, (2^n-1)(2^n-2)(2^{n-1}-2))$$

design in which any two blocks have less than $2^{n-1}+1$ points in common. The constructed designs in this paper are first examples of infinite families of 5-designs having this property.

A Ramsey-type theorem in the plane and related questions

Jaroslav Nešetřil and Pavel Valtr

We shall discuss the following result: For any finite set P of points in the plane and for any integer $k \geq 2$, there is a finite set $R = R(P, k)$ with the following property: For any k-colouring of R there is a monochromatic set $\tilde{P}, \tilde{P} \subseteq R$, such that $\tilde{P}$ is combinatorially equivalent to the set P and the convex hull of $\tilde{P}$ contains no point of $R \setminus \tilde{P}$.

We also consider related questions for colourings of p-element subsets of R $(p > 1)$ and show that these analogues have negative solutions. This follows from the following result: For any integer $k > 0$ and for any $k+1$ positive real numbers $\varepsilon, r_1, r_2, \ldots, r_k > 0$, there exists a finite planar point set P in general position such that any set combinatorially equivalent to P determines $k+1$ distances d_i $(i = 0, 1, \ldots, k)$ such that $|r_i - d_i/d_0| < \varepsilon$ for any $i = 1, 2, \ldots, k$.

speaker: Pavel Valtr

ON THE CYCLE STRUCTURE OF STRONG MULTIPARTITE TOURNAMENTS

Yubao Guo and Lutz Volkmann

Lehrstuhl II für Mathematik, RWTH Aachen
Templergraben 55, 52056 Aachen, Germany

An n-partite tournament is an orientation of a complete n-partite graph. A tournament is an n-partite tournament, which has exactly n vertices. The vertex set and the arc set of a digraph D are denoted by $V(D)$ and $E(D)$, respectively. By a cycle (path) we mean a directed cycle (directed path). In this lecture we dicuss the cycle structure of strong n-partite tournaments.

References

1. J. A. Bondy, Diconnected orientation and a conjecture of Las Vergnas, *J. London Math. Soc.* **14** (1976), 277–282.
2. W. Goddard, G. Kubicki, and O. Oellermann, On multipartite tournaments, *J. Combin. Theory* Ser. B **52** (1991), 284–300.
3. W. Goddard and O. Oellermann, On the cycle structure of multipartite tournaments, in "Graph Theory, Combinatorics, and Applications", Vol. 1, Wiley–Interscience, New York, 1991.
4. G. Gutin, On cycles in multipartite tournaments, *J. Combin. Theory Ser.* B **58** (1993), 319–321.
5. F. Harary and L. Moser, The theory of round robin tournaments, *Amer. Math. Monthly* **73** (1966), 231–246.
6. B. Jackson, Cycles and paths in oriented graphs, *J. Graph Theory* **5** (1981), 145–157.
7. J.W. Moon, On subtournaments of a tournament, *Canad. Math. Bull.* **9** (1966), 297–301.

2 – connected cubic bipartite graphs of given circumference with maximum order

Heinz – Jürgen Voss

Dresden, Germany

In /1/ I determined all 2-connected cubic graphs of given even circumference with maximum number of vertices.

<u>Definition</u>. Let T be a tree with root W such that for each end vertex E of T the distance $d(W,E) = s$ and each inner vertex has degree 3 . Take two vertex disjoint copies T', T'' of T and let E_1', E_2', ... and E_1'', E_2'', ... be the end-vertices of T' and T'' , respectively, where E_1', E_1'' correspond to the same end vertex E_1 of T . Take vertex disjoint copies C_1, C_2, ... of a K_4 with one edge missing and identify one vertex of C_1 of valency 2 with E_1' and the other vertex of C_1 of valency 2 with E_1'' . ◻ The graph $D(4s + 6)$ obtained is 2-connected, cubic, and has circumference $4s + 6$.

<u>Theorem</u>. Each 2-connected cubic graph of circumference $4s + 6$, $s \geq 1$, with maximum order is isomorphic with $D(4s+6)$. ◻

The graph $D'(4s + 10)$ is obtained by using for C_1, C_2, ... copies of $K_{3,3}$ with one edge missing. The graph $D'(4s+10)$ is bipartite, 2-connected, cubic, and has circumference $4s+10$.

<u>Conjecture</u>. Each bipartite 2-connected cubic graph of circumference $4s + 10$, $s \geq 1$, with maximum number of vertices is isomorphic with $D'(4s + 10)$. ◻

This conjecture for circumference $4s + 10$, the corresponding conjecture for circumference $4s + 12$ and related problems are to be considered.

<u>Reference</u>.

/1/ H.-J. Voss, Cycles and Bridges in Graphs, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, and Kluwer Acad. Publ. Dordrecht, Boston, London (1991)

Partial Inflation of Closed Polygons in the Plane

Bernd Wegner

Abstract. Inflation for simply closed regular curves in the plane has been investigated first by S. A. Robertson [2] and studied in some more detail in [3]. It consists of an infinite iteration of reflections of parts of the curve at supporting double tangents, hopefully leading to a convex limit curve which has the same arc length as the original curve. The same procedure easily can be defined for simply closed polygons. It provides a special construction of chord-stretched versions of the given curve. The aim of the lecture is to indicate that the behaviour of inflation is more comfortable in the piecewise linear case. It will end after a finite number of steps. This gives a positive answer to a question posed by T. Kaluza [1]. Furthermore inflation may lead to some measure for the nonconvexity of a simply closed polygon.

[1] Kaluza, T.: *Problem 2: Konvexieren von Polygonen.* Math. Semesterber., Neue Folge 28 (1981), 153 - 154.

[2] Robertson, S. A.: *Inflation of plane curves.* Geometry and Topology of Submanifolds, III, 264 - 275 (Singapore et al.: World Scientific, 1991).

[3] Robertson, S. A.; Wegner, B.: *Partial inflation of plane curves.* (to appear in Proc. Conf. Intuitive Geometry, Coll. of the Janos Bolyai Soc.).

Dr. Volkmar Welker
Institut für Experimentelle
Mathematik
Ellernstr. 29
45326 Essen
Tel.: 0201/32064-37
E-Mail : welker@exp-math.uni-essen.de

Das Permutaeder, Kompositionen und Konfigurationsräume

Wir untersuchen für feste natürliche Zahlen $k \leq n$ die Operation der symmetrischen Gruppe S_n auf der Menge $D^d_{n,k}$ der n-Tupel von Vektoren aus dem R^d, so daß mindestens k gleichen Vektoren in dem n-Tupel enthalten sind. Diese Menge wurde zuerst von Björner, Lováz und Yao im Zusammenhang mit komplexitätstheoretischen Untersuchungen betrachtet. Später bestimmen Björner und Welker deren homologischen und topologischen Eigenschaften. Wir interessieren uns für den Bahnenraum $D^d_{n,k}/S_n$. Wir zeigen, daß für $d = 1$ diese Räume stets homotop zu Spären oder zusammenziehbar sind, indem wir die Kombinatorik von Teilposets des Verbands der Kompositionen untersuchen und $D^1_{n,k}$ auf dem Rand eines Simplex realisieren. Für $d = 2$ und $k = 2$ zeigt ein Satz von Milgram Zusammenhänge mit Quotienten des Permutaeder auf, den wir auf allgemeine realisierbare orientierte Matroide und $k > 2$ erweitern.

Das Volumen von Simplexen mit Kanten gleicher Länge in Banachräumen

B. Wernicke, Erfurt
(gemeinsam mit B. Weißbach, Magdeburg)

Die Abschätzung des Volumens $V_d(S)$ eines Simplex S mit Kanten der gleichen Länge 1 in einem d-dimensionalen Banachraum ist motiviert durch Untersuchungen in einer Banach-Minkowskischen Ebene (vgl. Wernicke: Über Reuleaux-Dreiecke in einer Banach-Minkowskischen Ebene, dieses Kolloquium 1992).
Im Vortrag werden für einen d-dimensionalen Banachraum mit einem zentralsymmetrischen, konvexen und kompakten Körper E als Eichkörper die Ungleichungen

$$\frac{1}{d!\cdot 2^d}\cdot V_d(E) \leq V_d(S) \leq \frac{1}{\binom{2d}{d}}\cdot V_d(E)$$

für ein Simplex S mit Kanten der gleichen Länge 1 angegeben und diskutiert.
Die untere Schranke ist für $d \geq 3$ noch eine Vermutung (einschließlich der Beschreibung der Gleichheitsfälle); der Beweis für die obere Schranke nutzt wesentlich ein Ergebnis von Rogers/Shephard und enthält auch die Kennzeichnung der Gleichheit.

Finite and Infinite Packings

J.M. Wills (joint paper with U.Betke and M. Henk)

We give an outline of a theory of finite and infinite packings and coverings. Let K_0^d denote the set of 0-symmetric convex bodies $K \subset E^d$ with volume $V(K)>0$. For $K \in K_0^d$ let $K_i=K+c_i$, $i=1,\dots,n$ and $C_n=\{c_1,\dots,c_n\}$. If $\mathrm{int}(K_i \cap K_j)=\emptyset$ for $i \neq j$, then C_n+K is a (finite) packing. If $C_n \subset \bigcup_i K_i$, then C_n+K is a (finite) covering (of C_n).

<u>Definition</u> For $K \in K_0^d$, $n \in \mathbb{N}$, C_n+K packing and $\rho \geq 0$ let

$$\delta(K,C_n,\rho) = \frac{nV(K)}{V(\mathrm{conv}C_n+\rho K)}$$

be the density function for packings with boundary parameter ρ.

<u>Definition</u> For $K \in K_0^d$, $n \in \mathbb{N}$, C_n+K covering and $\rho \in \mathbb{R}$ let

$$\delta(K,C_n,\rho) = \frac{nV(K)}{V(\mathrm{conv}C_n+\rho K)}$$

be the density function for coverings with boundary parameter ρ.

(Note that for coverings $\rho<0$ is possible. In this case $\mathrm{conv}C_n+\rho K$ means the Minkowski difference or general inner parallel body.) Clearly we are interested in optimal packings and coverings, so let

$\delta(K,n,\rho) = \sup\{\delta(K,C_n,\rho) \mid C_n+K \text{ packing}\}$ and

$\vartheta(K,n,\rho) = \inf\{\vartheta(K,C_n,\rho) \mid C_n+K \text{ covering}\}$.

It turns out that these general definitions link

a) classical infinite packing and covering (via $n \to \infty$ and suitable ρ),
b) classical finite packing and covering in E^2 by Rogers, Bambah, Zassenhaus, Groemer, Oler, Woods, Graham, et al.,
c) sausage problems and sausage catastrophes by L. Fejes Tóth et al.

The method also works for general convex bodies and for lattice packings and coverings. The new idea is the parameter ρ and the tool is convexity (mixed volumes).
We give a short survey on packings.

Teilnehmerverzeichnis

Ingo Althöfer
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 10 01 31
33501 Bielefeld

Thomas Andreae
Mathematisches Seminar
Universität Hamburg
Bundesstr. 55
20146 Hamburg

Gunter Bär
Ernst-Moritz-Arndt-Universität
Sektion Mathematik
Friedrich-Ludwig-Jahn-Str. 15a
17489 Greifswald

Ulrike Baumann
Technische Universität Dresden
Abteilung Mathematik
Mommsenstr. 13
01069 Dresden

Gerhard Behrend
Universität Tübingen
Auf der Morgunstelle 10
72076 Tübingen

Lowell W. Beineke
Department of Mathematics
Indiana University–Purdue University
Fort Wayne
Indiana 46805
USA

Sergej Bezrukov
FB Mathematik/Informatik
Universität-GH Paderborn
Warbuger Str. 100
33098 Paderborn

Jürgen Bierbrauer
Stahlbühlring 67
68526 Ladenburg

Michael Bischoff
Abt. Mathematische Optimierung
Institut für Angewandte Mathematik
TU Braunschweig
Pockelsstraße 14
38106 Braunschweig

Aart Blokhuis
Techn. Hochschule Eindhoven
Abt. Math. P.O. Box 513
NL-5600 MB Eindhoven
The Netherlands

Rainer Bodendiek
Institut für Mathematik
und ihre Didaktik
Pädagogische Hochschule
Olshausenstr. 75
24118 Kiel

Thomas Böhme
TH Ilmenau
Institut für Mathematik
Postfach 327
98684 Ilmenau

Jürgen Bokowski
FB Mathematik
TH Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
64289 Darmstadt

Isma Bouchemakh
c/o Prof. Engel
Fachbereich Mathematik
Universität Rostock
Postfach 999
18051 Rostock

Stephan Brandt
Graduiertenkolleg
Fachbereich Mathematik
FU Berlin
Arnimallee 2-6
14195 Berlin

Peter Braß
Diskrete Mathematik
TU Braunschweig
Pockelsstraße 14
38106 Braunschweig

Gunnar Brinkmann
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 10 01 31
33501 Bielefeld

Jörg Bültermann
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 10 01 31
33501 Bielefeld

Gustav Burosch
Goethestr. 21
18055 Rostock

Michael Bussieck
Abt. Mathematische Optimierung
Institut für Angewandte Mathematik
TU Braunschweig
Pockelsstraße 14
38106 Braunschweig

Ning Cai
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 10 01 31
33501 Bielefeld

Walter Deuber
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 10 01 31
33501 Bielefeld

Klaus Dohmen
Mathematisches Institut
der Universität Düsseldorf
Universitätsstr. 1
40225 Düsseldorf

Detlef Dornieden
Studienseminar Braunschweig II
für das Lehramt am Gymnasium
Am Bruchtor 4
38100 Braunschweig

Konrad Engel
Fachbereich Mathematik
Universität Rostock
18051 Rostock

Gábor Féjes Toth
Mathematical Institute of
the Hungarian Academy of Sciences
Budapest, P.O. Box 127
H-1364 Budapest
Hungary

Stefan Felsner
TU Berlin
FB III (MA 6-1)
Straße des 17. Juni 135
10623 Berlin

Jürgen Flachsmeyer
Ernst-Moritz-Arndt-Universität
Sektion Mathematik
Friedrich-Ludwig-Jahn-Str. 15a
17489 Greifswald

Carsten Flotow
Morewoodstr. 18
22041 Hamburg

Harald Fripertinger
Inst. f. Mathematik
Universität Graz
Heinrichstr. 36/4
A-8010 Graz
Österreich

Dieter Gernert
Hardenbergstr. 24
80992 München 50

Eberhard Girlich
TU Otto von Guericke
Fakultät für Mathematik
Postfach 41 20
39130 Magdeburg

Frits Göbel
Universiteit Twente
Dept. of Applied Mathematics
P.O. Box 217
NL-7500 AE Enschede
The Netherlands

H.-D. Gronau
Universität Rostock
Fachbereich Mathematik
Postfach 999
18051 Rostock

Harald Gropp
Mühlingstr. 19
69121 Heidelberg

Torsten Grotendiek
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 10 01 31
33501 Bielefeld

Martin Grüttmüller
Universität Rostock
Fachbereich Mathematik
18051 Rostock

Yubao Guo
Lehrstuhl II für Mathematik
TH Aachen
Templergraben 55
52062 Aachen

Gregory Gutin
Dept. of Mathematics and CS
Odense University
DK-5230
Denmark

Heiko Harborth
Diskrete Mathematik
TU Braunschweig
Pockelsstraße 14
38106 Braunschweig

Sven Hartmann
Universität Rostock
Fachbereich Mathematik
18051 Rostock

Egbert Harzheim
Universität Düsseldorf
Mathematisches Institut
Universitätsstr. 1
40225 Düsseldorf

Mike Hendy
Dept. of Mathematics
Massey University
Palmerston North
New Zealand

Franz Hering
Universität Dortmund
FB Mathematik
Postfach 500 500
44221 Dortmund

Vu Dinh Hoa
Wundtstr. 07/4 R
01217 Dresden

Herbert Hotje
Universität Hannover
Fakultät für Mathematik
Welfengarten 1
30167 Hannover

Cornelius Hoede
Dept. of Applied Mathematics
University of Twente
P.O. Box 217
NL-7500 AE Enschede
The Netherlands

Herbert Hotje
Universität Hannover
Fakultät für Mathematik
Welfengarten 1
30167 Hannover

Anreas Huck
Universität Hannover
Fakultät für Mathematik
Welfengarten 1
30167 Hannover

Christoph Josten
Pfälzer Str. 7
65929 Frankfurt/Main

Heinz Adolf Jung
FB Mathematik
TU Berlin
Straße des 17. Juni 136
10623 Berlin

Levon Khachatrian
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 10 01 31
33501 Bielefeld

Arnfried Kemnitz
Diskrete Mathematik
TU Braunschweig
Pockelsstraße 14
38106 Braunschweig

Kathrin Klamroth
Wilhelmitorwall 2
38118 Braunschweig

Martin Klazar
Applied Math. Dep. Charles University
Malostranske namesti 25
11800 Praha 1
Czech Republic

Regina Klimmeck
Graduiertenkolleg
Fachbereich Mathematik
FU Berlin
Arnimallee 2-6
14195 Berlin

Thomas Kölmer
Universität Heidelberg
Im Neuenheimer Feld 288
6912 Heidelberg

Wolfgang Kühnel
FB Mathematik
Universität Duisburg
47048 Duisburg

Shwe Kyaw
FB Mathematik
TU Berlin
Straße des 17. Juni 135
10623 Berlin

Roger Labahn
Universität Rostock
Fachbereich Mathematik
18051 Rostock

Gunter Laßmann
Forschungsinstitut der DBP
TELEKOM
Ringbahnstr. 130
12051 Berlin

Dietlinde Lau
Fachbereich Mathematik
Universität Rostock
Universitätsplatz 1
18055 Rostock

Van Bang Le
FB Mathematik
TU Berlin
Straße des 17. Juni 136
10623 Berlin

Uwe Leck
FU Berlin
Graduiertenkolleg
Arnimallee 2–6
14195 Berlin 33

Volker Leck
Fachbereich Mathematik
Universität Rostock
18051 Rostock

Hanno Lefmann
Fachbereich Informatik LS I/II
Universität Dortmund
Postfach 50 05 00
44221 Dortmund

Ulrich Matthias
Frhr.–v.–Drais–Str. 53
68535 Neckarhausen

Ingrid Mengersen
Diskrete Mathematik
TU Braunschweig
Pockelsstraße 14
38106 Braunschweig

Klaus Metsch
Mathematisches Institut
Universität Giessen
Arndtstr. 2
35392 Giessen

Henry M. Mulder
Econometrisch Instituut
Erasmus Universiteit
Postbus 1738
NL-3000 DR Rotterdam
The Netherlands

Roman Nedela
Dept. of Mathematics
M. Bel University
Tajovského 40
CSFR-97549 Banská Bystrica
Slovakia

Lutz Neumann
TU Dresden
Abteilung Mathematik/Algebra
Mommsenstr. 13
01069 Dresden

Peter Niemeyer
TU Berlin
FB 3, Mathematik
Straße des 17. Juni 135
10623 Berlin

Walter Oberschelp
Lehrstuhl für Angewandte Mathematik
insbesondere Informatik
Ahornstraße 55
52074 Aachen

Dieter Olpp
Rebenring 64
Zimmer 40618
38106 Braunschweig

Jiri Otta
Kam MFF UK
Malostranske nomesti 25
11800 Praha
Czech Republik

Elke Pfeifer
Inst. f. Algebra und Zahlentheorie
TU Braunschweig
Pockelsstraße 14
38106 Braunschweig

Lothar Piepmeyer
Diskrete Mathematik
TU Braunschweig
Pockelsstraße 14
38106 Braunschweig

Tomaz Pisanski
IMFM
Dep. of Theoretical Computer Science
Jadranska 19
61111 Ljubljana
Slowenija

Werner Poguntke
Fernuniversität Hagen
Kommunikationssysteme
58084 Hagen

Alexander Pott
Institut für Mathematik
Universität Augsburg
Universitätsstr. 2
86135 Augsburg

Erich Prisner
Universität Hamburg
Mathematisches Seminar
Bundesstr. 55
20146 Hamburg

Uta Priß
FB Mathematik, Agl
TH Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
64289 Darmstadt

Klaus Reuter
Mathematisches Seminar
Universität Hamburg
Bundesstr. 55
20146 Hamburg

Günter Schaar
Bergakademie Freiberg
FB Mathematik
B.-V.Cotta-Str. 2
09596 Freiberg

P.A.J. Scheelbeek
Neptunusstr. 34
NL-9742 JN Groningen
The Netherlands

Karen Scheel-Bielefeld
Auf dem Berge 15
27711 Osterholz-Scharmbeck

Ingo Schiermeyer
Lehrstuhl für Mathematik
TH Aachen
Templergraben 55
52062 Aachen

Peter Schuchert
FB Mathematik
TH Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
64289 Darmstadt

Ralph-Hardo Schulz
II. Mathematisches Institut der
Freien Universität Berlin
Arnimallee 3
14195 Berlin

Martin Skoviera
Department of Computer Science
Comenius University
CSFR-842 15 Bratislava
Slovakia

Martin Sonntag
Fachbereich Mathematik
Bergakademie Freiberg
B.-V.Cotta-Str. 2
09596 Freiberg

Eckhard Steffen
Fakultät für Mathematik
SFB 343
Universität Bielefeld
Postfach 10 01 31
33501 Bielefeld

Birger Strauch
Fachbereich Mathematik
Universität Rostock
18051 Rostock

Torsten Strempel
FB Mathematik
TH Darmstadt
Schloßgartenstr. 7
64289 Darmstadt

Ulrich Tamm
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 10 01 31
33501 Bielefeld

Torsten Thiele
II. Mathematisches Institut der
Freien Universität Berlin
Arnimallee 3
14195 Berlin

Th. Thode
Universität Düsseldorf
Mathematisches Institut IV
Universitätsstr. 1
40225 Düsseldorf

Carsten Thomassen
Mathematics 303
DTH
DK-2800 Lyngby
Denmark

Wolfgang Thumser
Fakultät für Mathematik
Universität Bielefeld
Postfach 10 01 31
33501 Bielefeld

Tran van Trung
Institut für
Experimentelle Mathematik
Universität GHS
Ellernstr. 29
45326 Essen

Pavel Valtr
Graduiertenkolleg
"Disk. Alg. Geom."
Fachbereich Informatik
FU Berlin
Takustr. 9
14195 Berlin

Margit Voigt
Institut für Mathematik
TU Ilmenau
Postfach 327
98684 Ilmenau

Lutz Volkmann
Lehrstuhl II für Mathematik
Universität Aachen
Templergraben 55
52062 Aachen

Heinz-Jürgen Voß
Technische Universität Dresden
Abteilung Mathematik
Institut für Algebra
Mommsenstr. 13
01069 Dresden

Anke Walz
c/o Prof. Wegner
FB 3 - Mathematik
Sekretariat MA8-3
TU Berlin
Straße des 17. Juni 135
10623 Berlin

Ingo Warnke
Fachbereich Mathematik
Universität Rostock
Postfach 999
18051 Rostock

Bernd Wegner
FB 3 - Mathematik
Sekretariat MA8-3
TU Berlin
Straße des 17. Juni 135
10623 Berlin

Hartmut Weiß
Inst. f. Algebra und Zahlentheorie
TU Braunschweig
Pockelsstraße 14
38106 Braunschweig

Volkmar Welker
Institut für
Experimentelle Mathematik
Universität GHS
Ellernstr. 29
45326 Essen

Bernd Wernicke
Päd. Hochschule
Institut für
Mathematik und Informatik
Postfach 307
99006 Erfurt

Jörg M. Wills
Institut für Mathematik
Universität Siegen
Hölderlinstr. 3
57076 Siegen